

# Contraintes résiduelles

**GDR CNRS FIBMAT 2139, novembre 2025**

[manuel.francois@utt.fr](mailto:manuel.francois@utt.fr)

**Université de Technologie de Troyes, Laboratoire LASMIS**

L'utilisation du présent document est régie par une licence Creative Commons autorisant gratuitement sa reproduction et sa diffusion sous certaines conditions : BY : attribution à l'auteur / NC : pas d'utilisation commerciale / ND : pas de modification

Les illustrations tirées de la bibliographie et d'Internet restent la propriété de leurs auteurs

## Fournir des éléments théoriques et expérimentaux sur les contraintes résiduelles (CR)

- Que sont les contraintes résiduelles ?
- D'où viennent-elles ? Notion d'eigenstrain
- Quelles sont leurs conséquences ?
- Comment peut-on les déterminer ?

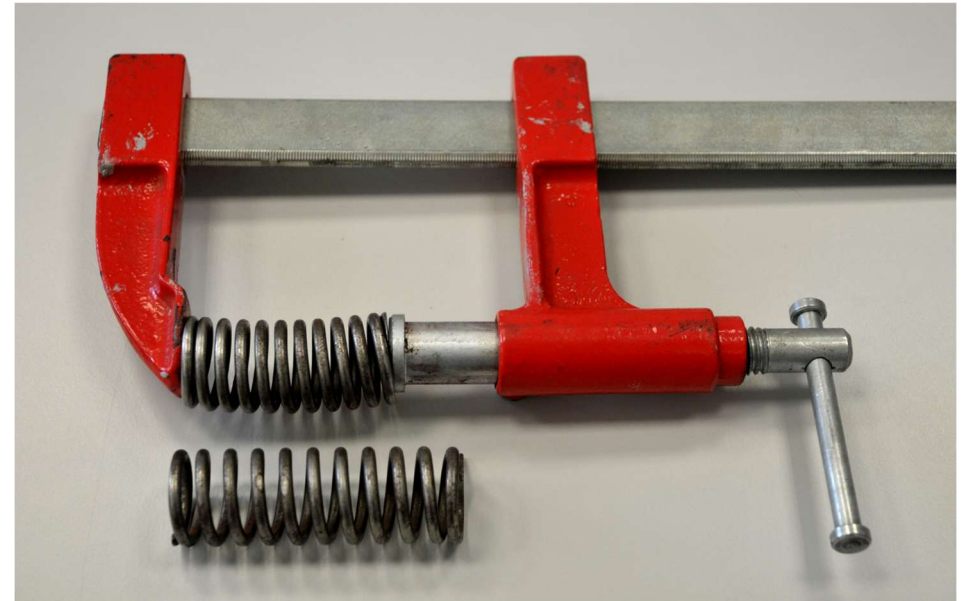
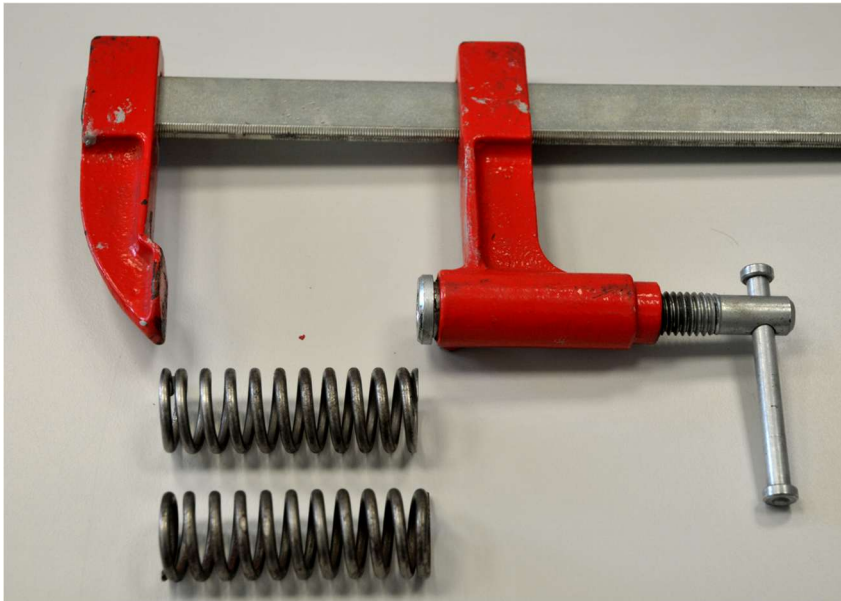
# Que sont les contraintes résiduelles (CR) ?

# Que sont les contraintes résiduelles ?

**Ce sont des contraintes subsistant au sein d'une pièce en l'absence de toute sollicitation extérieure**

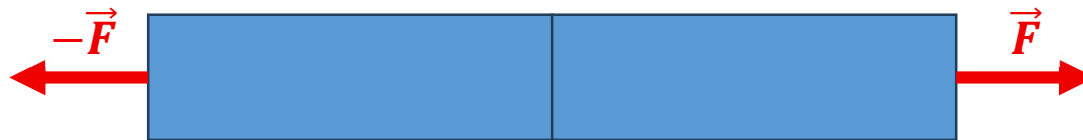
**Conséquence :**

**Le champ de contraintes résiduelles est autoéquilibré : les parties en traction maintiennent les parties en compression et réciproquement**



Crédits photographiques : M. François

## Equilibre d'une poutre :

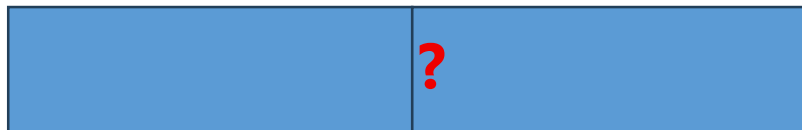


$$F - F = 0$$

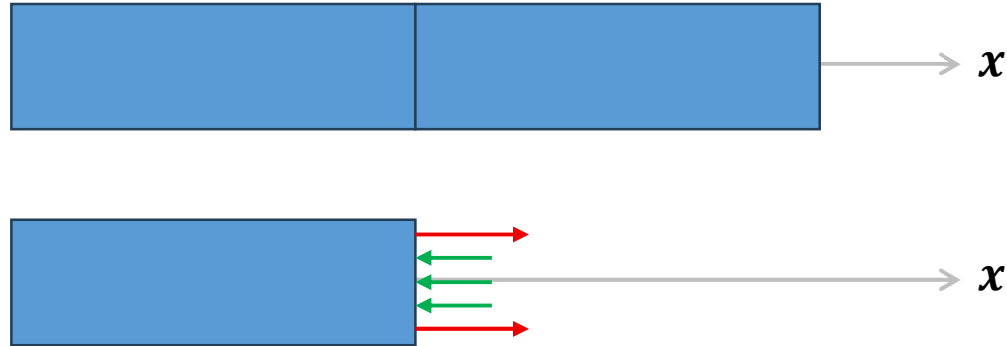


$$\int_S \sigma dS - F = N - F = 0 \rightarrow \sigma = \frac{N}{S} = \frac{F}{S}$$

## Autoéquilibre d'une poutre avec des CR :



## Que se passe-t-il sur une section du solide ?



Les contraintes résiduelles doivent être **auto-équilibrées** sur toute section du solide

Sur une poutre :

$$N = \iint_S \sigma_{xx} dS = 0 \quad \mathcal{M}_{fy} = \iint_S z \sigma_{xx} dS = 0 \quad \mathcal{M}_{fz} = \iint_S y \sigma_{xx} dS = 0$$

Plus généralement :

$$\iint_S \bar{\sigma} \cdot d\vec{S} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \iint_S \vec{r} \wedge \bar{\sigma} \cdot d\vec{S} = \vec{0}$$

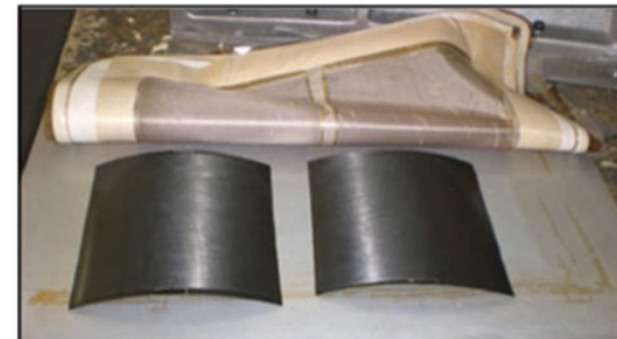
Toute **perturbation** entraîne nécessairement un **rééquilibrage**

# Pourquoi s'intéresser aux CR ?

**Les contraintes résiduelles ont une influence sur :**

- **Les propriétés mécaniques statiques des matériaux**
- **La fatigue, la fissuration**
- **La stabilité géométrique des composants**
- **La réactivité chimique des surfaces (corrosion, oxydation...)**
- **Les propriétés optiques et électromagnétiques**
- **Les propriétés thermodynamiques (fusion, transformation de phase...)**
- **La croissance des tissus vivants**
- ...

**Donc un peu sur tout !!**



**Déformation d'un composite carbone epoxy AS4/8552 [90<sub>2</sub>,0<sub>2</sub>]**

[Trembl 2016]



utt  
UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE  
TROYES

# D'où viennent les contraintes résiduelles ?

Les **déformations élastiques** sont des déformations réversibles. Elles sont liées aux contraintes via la **loi de Hooke**.

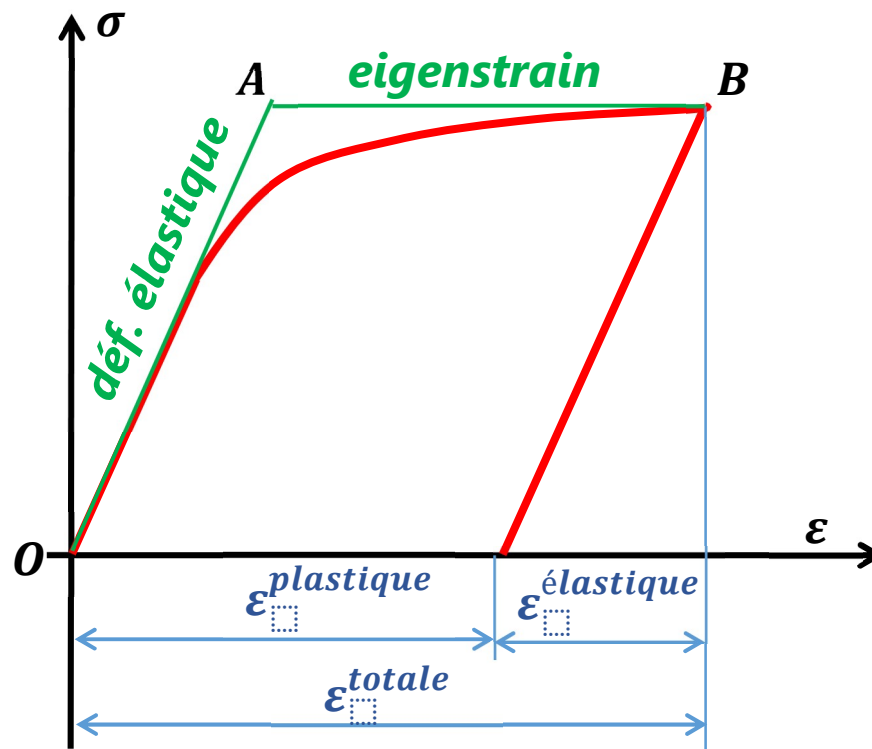
Il existe des **déformations inélastiques** liées à différents phénomènes physiques :

- Plasticité
- Dilatation / contraction thermique
- Transformations de phase, polymérisation
- Oxydation, solution solide, diffusion
- Dilatation hygroscopique
- Gonflement par irradiation
- Electromigration
- Croissance de tissus vivants
- ...

Dans le cas de petites déformations, on peut considérer que toutes ces déformations s'additionnent :

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}^e + \bar{\varepsilon}^p + \bar{\varepsilon}^\theta + \bar{\varepsilon}^\varphi + \dots$$

Une déformation « **libre de contrainte** » ou « **eigenstrain** » permet de décrire un état mécanique en simplifiant le processus physique



De O à A, le comportement est élastique

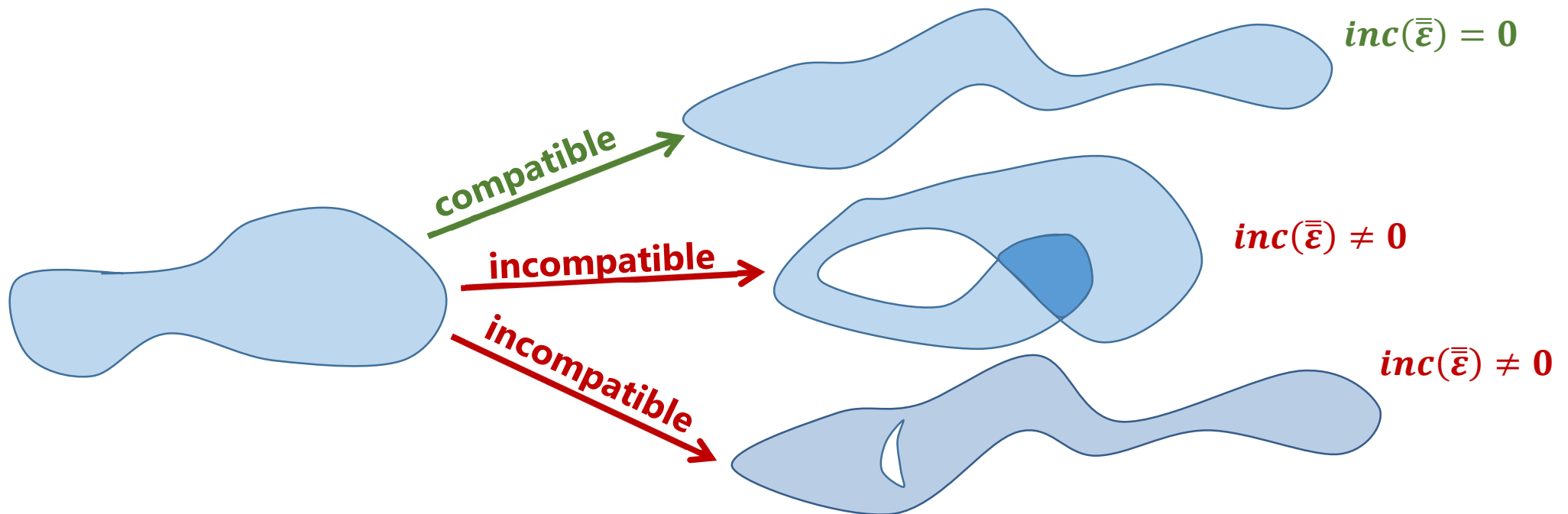
De A à B, la contrainte reste constante

Une **déformation inélastique** peut être décrite par une **eigenstrain**

Si elle est libre de contrainte, comment peut-elle induire des contraintes résiduelles ?

Une déformation incompatible peut se traduire par :

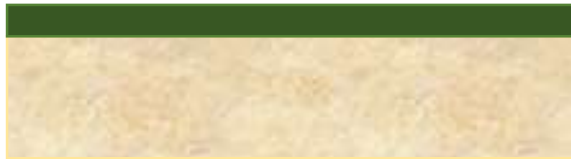
- une discontinuité (fissure, porosité...)
- une superposition de matière (physiquement impossible)



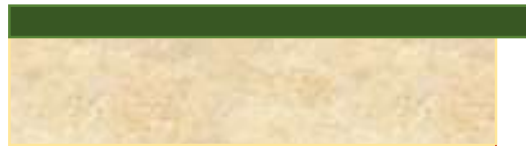
Les **déformations inélastiques (eigenstrains)** ne sont pas nécessairement compatibles, elles sont même généralement incompatibles

→ Les contraintes résiduelles apparaissent pour rétablir la compatibilité

## Exemple : éponge à vaisselle avec grattoir

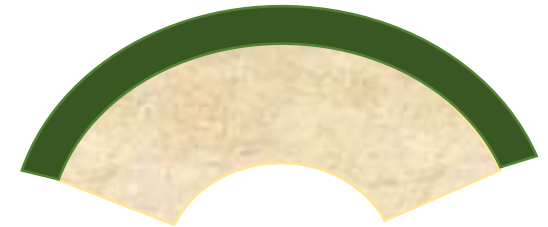


Etat initial mouillé



Après séchage :  
Contraction de la partie éponge  
(déformation hygroscopique)

**Incompatibilité**



Solution :  
Introduction de **CR de flexion**  
→ compatibilité rétablie

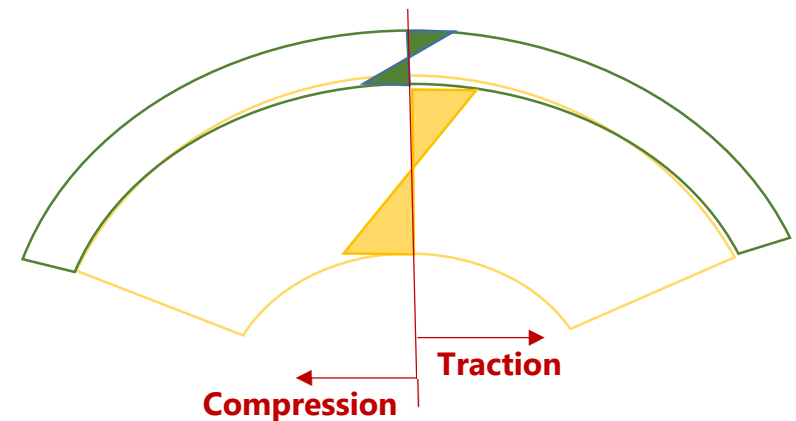


[Photo M. François]

→ Cas des revêtements (PVD, CVD, proj. thermique, cold spray...)

→ Mesure de la courbure → méthode de Stoney

→ vidéos



On peut passer d'un champ de déplacement à un champ de déformation pourvu que certaines conditions mathématiques soient remplies :

**Des déplacements aux déformations :**

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{soit} \quad \bar{\bar{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T)$$

Pour faire ce calcul, il suffit que le champ de déplacement soit de classe  $C_1$  ce qui permet de calculer les dérivées

**Des déformations aux déplacements :**

$$\vec{u} \text{ tel que } \bar{\bar{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T)$$

La solution n'existe que si le champ de déformation satisfait aux équations de compatibilité

En coordonnées cartésiennes, elles s'écrivent :

$$2 \partial_{yz} \varepsilon_{yz} - \partial_{zz} \varepsilon_{yy} - \partial_{yy} \varepsilon_{zz} = 0$$

$$2 \partial_{zx} \varepsilon_{zx} - \partial_{xx} \varepsilon_{zz} - \partial_{zz} \varepsilon_{xx} = 0$$

$$2 \partial_{xy} \varepsilon_{xy} - \partial_{yy} \varepsilon_{xx} - \partial_{xx} \varepsilon_{yy} = 0$$

$$\partial_{xy} \varepsilon_{zz} + \partial_{zz} \varepsilon_{xy} - \partial_{zx} \varepsilon_{yz} - \partial_{zy} \varepsilon_{zx} = 0$$

$$\partial_{yz} \varepsilon_{xx} + \partial_{xx} \varepsilon_{yz} - \partial_{xy} \varepsilon_{zx} - \partial_{xz} \varepsilon_{xy} = 0$$

$$\partial_{zx} \varepsilon_{yy} + \partial_{yy} \varepsilon_{zx} - \partial_{yz} \varepsilon_{xy} - \partial_{yx} \varepsilon_{yz} = 0$$

On peut noter cela de manière symbolique (sous forme d'un opérateur) :


$$Inc(\bar{\varepsilon}) = 0$$

Si  $Inc(\bar{\varepsilon}) \neq 0$  on dit que la déformation est incompatible → contraintes résiduelles

Si un procédé (usinage, soudage, trempe, grenaillage...) introduit des déformations inélastiques  $\bar{\bar{\varepsilon}}^L$ , cela conduit à des CR si ces déformations sont incompatibles :

$$inc(\bar{\bar{\varepsilon}}^L) \neq 0$$

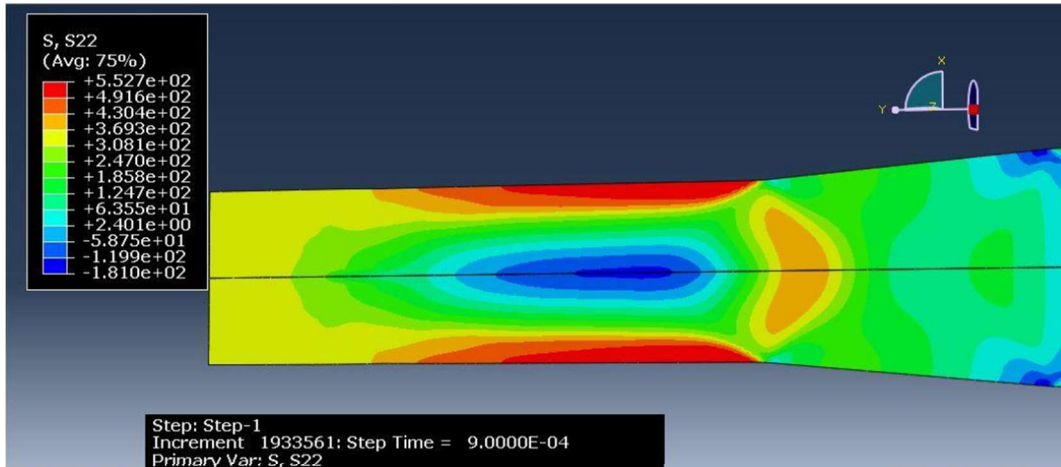

$$inc(\bar{\bar{\varepsilon}}) = 0$$


$$inc(\bar{\bar{\varepsilon}}^L + \bar{\bar{\varepsilon}}^e) = inc(\bar{\bar{\varepsilon}}^L + \tilde{C}^{-1} : \bar{\bar{\sigma}}^R) = 0$$

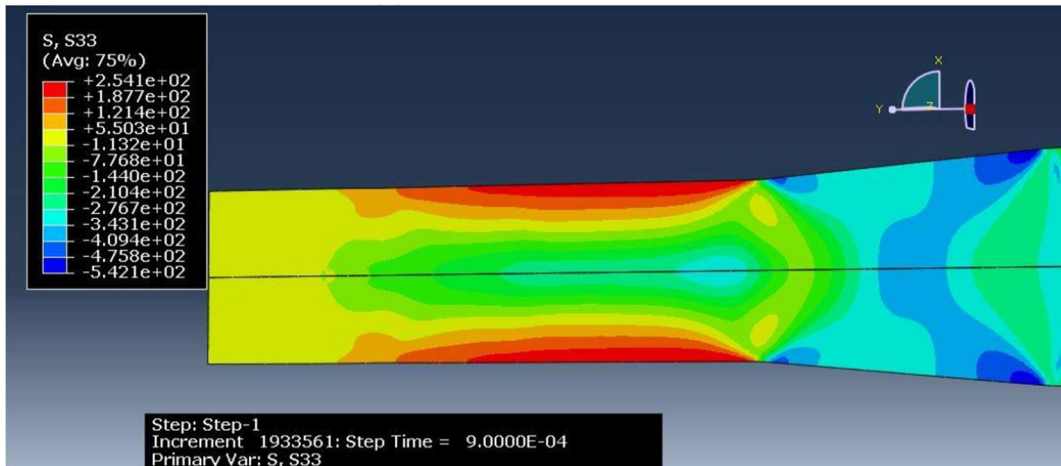
Cette équation permet de calculer les eigenstrains connaissant les contraintes résiduelles et réciproquement.

**Remarque :** les incompatibilités peuvent être relaxées par de la fissuration ou bien des mécanismes inélastiques → plus compliqué.

## Contraintes axiales (MPa)



## Contraintes circonférentielles



## Tréfilage du cuivre [Merkani 2022]

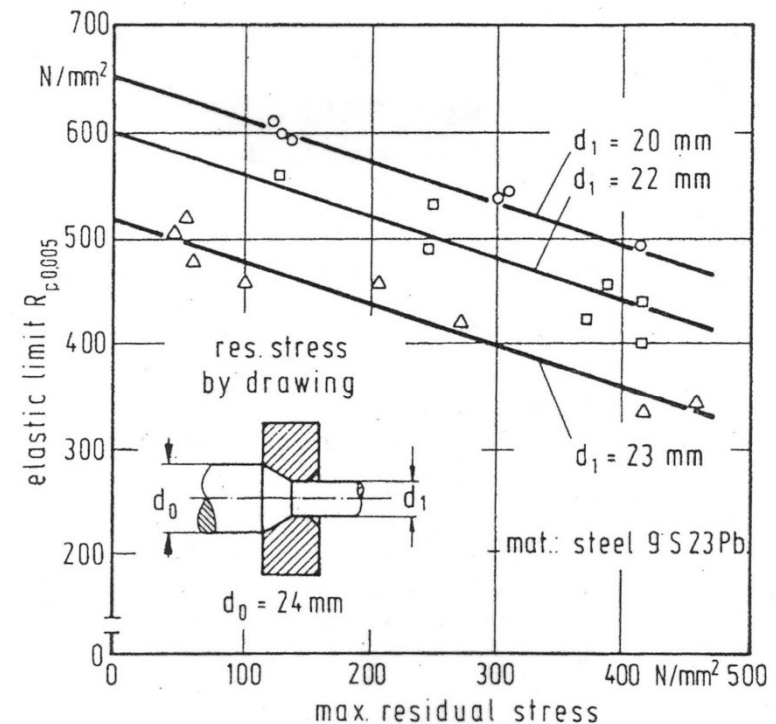


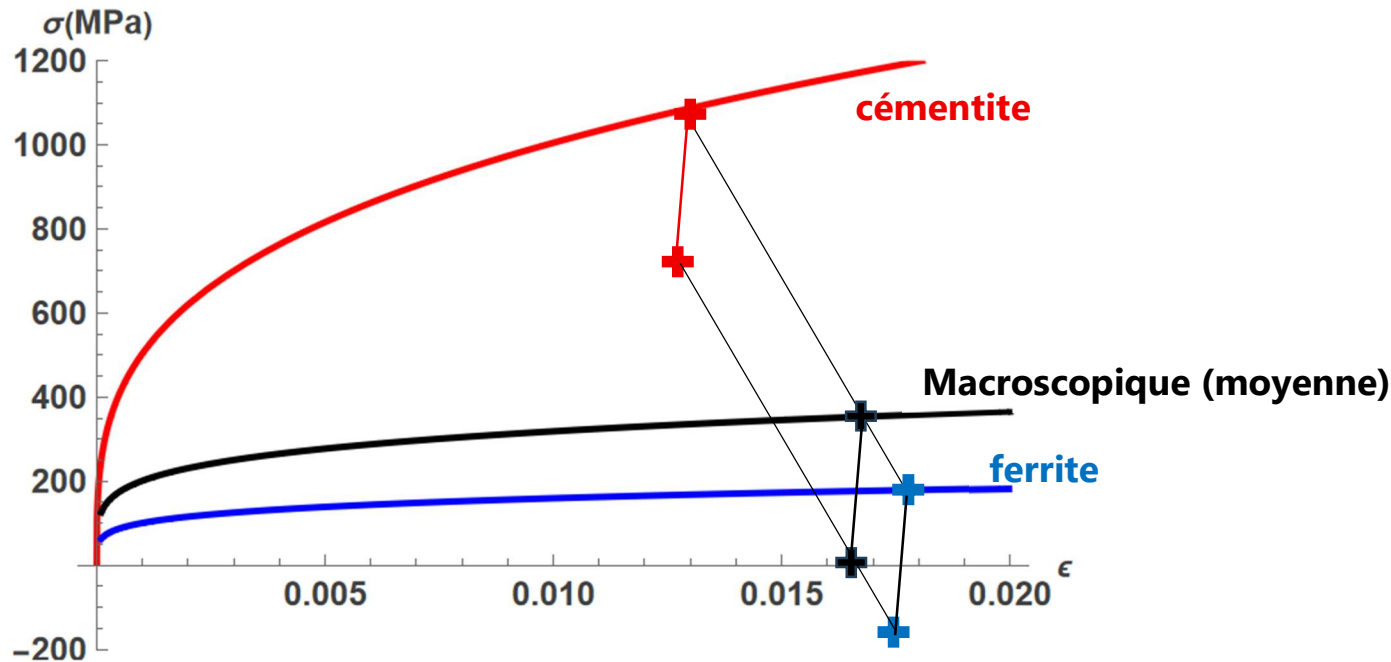
Fig. 4: Elastic limit dependent of residual stresses

[Brinksmeier 1982]



L'incompatibilité provient de différences de comportements

Exemple Steelcord, fil d'acier perlitique Ø180 µm (schématique)



[fr.yushengmax.com]

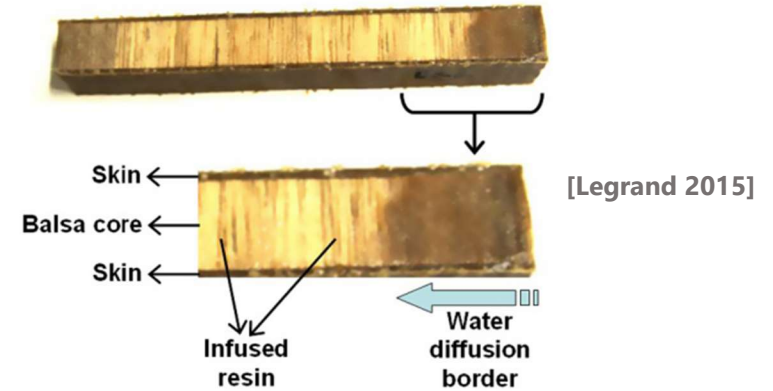
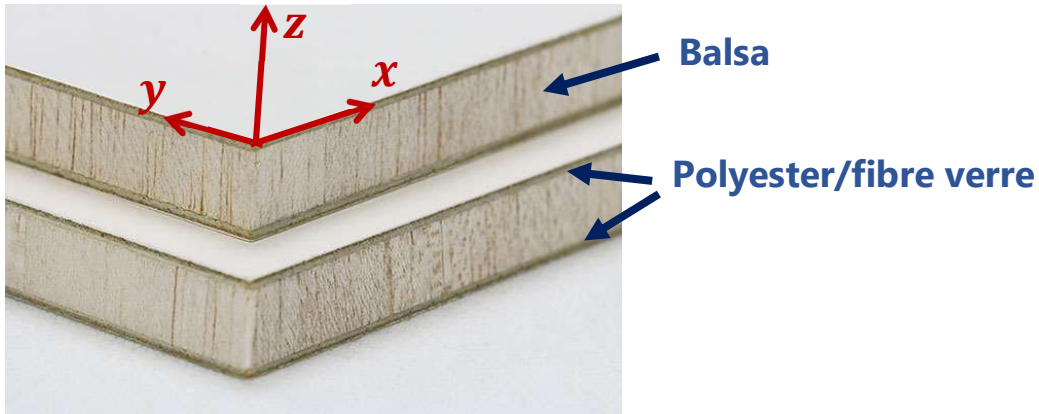


[www.bekaert.com]

Après décharge, la ferrite est en compression, la cémentite en traction (contrainte macro nulle)

**En pratique, gradient et hétérogénéité sont souvent simultanés**

# Exemple : panneaux sandwich



Si les champs ne dépendent que de  $z$  et que  $x \cong y$  :

$$2 \partial_{yz} \varepsilon_{yz} - \partial_{zz} \varepsilon_{yy} - \partial_{yy} \varepsilon_{zz} = 0$$

$$2 \partial_{zx} \varepsilon_{zx} - \partial_{xx} \varepsilon_{zz} - \partial_{zz} \varepsilon_{xx} = 0$$

$$2 \partial_{xy} \varepsilon_{xy} - \partial_{yy} \varepsilon_{xx} - \partial_{xx} \varepsilon_{yy} = 0$$

$$\partial_{xy} \varepsilon_{zz} + \partial_{zz} \varepsilon_{xy} - \partial_{zx} \varepsilon_{yz} - \partial_{zy} \varepsilon_{zx} = 0$$

$$\partial_{yz} \varepsilon_{xx} + \partial_{xx} \varepsilon_{yz} - \partial_{xy} \varepsilon_{zx} - \partial_{xz} \varepsilon_{xy} = 0$$

$$\partial_{zx} \varepsilon_{yy} + \partial_{yy} \varepsilon_{zx} - \partial_{yz} \varepsilon_{xy} - \partial_{yx} \varepsilon_{yz} = 0$$



~~$$2 \partial_{yz} \varepsilon_{yz} - \partial_{zz} \varepsilon_{yy} - \partial_{yy} \varepsilon_{zz} = 0$$~~

~~$$2 \partial_{zx} \varepsilon_{zx} - \partial_{xx} \varepsilon_{zz} - \partial_{zz} \varepsilon_{xx} = 0$$~~

~~$$2 \partial_{xy} \varepsilon_{xy} - \partial_{yy} \varepsilon_{xx} - \partial_{xx} \varepsilon_{yy} = 0$$~~

~~$$\partial_{xy} \varepsilon_{zz} + \partial_{zz} \varepsilon_{xy} - \partial_{zx} \varepsilon_{yz} - \partial_{zy} \varepsilon_{zx} = 0$$~~

~~$$\partial_{yz} \varepsilon_{xx} + \partial_{xx} \varepsilon_{yz} - \partial_{xy} \varepsilon_{zx} - \partial_{xz} \varepsilon_{xy} = 0$$~~

~~$$\partial_{zx} \varepsilon_{yy} + \partial_{yy} \varepsilon_{zx} - \partial_{yz} \varepsilon_{xy} - \partial_{yx} \varepsilon_{yz} = 0$$~~

# Exemple : panneaux sandwich

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z^2} = 0 \Rightarrow \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = A z + B$$

Si absence de courbure,  $A = 0 \rightarrow$  la déformation est constante selon  $z$

Dans le balsa, la déformation totale est la somme de la déformation élastique et de la déformation hygroscopique (eigenstrain) :

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{eb} + \varepsilon_h$$

Dans la peau, on néglige la déformation hygroscopique :

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{ep}$$

$p \rightarrow$  peau

$b \rightarrow$  balsa

Soit, en utilisant la loi de Hooke :

$$\frac{1 - \nu_p}{E_p} \sigma_p = \frac{1 - \nu_b}{E_b} \sigma_b + \varepsilon_h$$

En l'absence de sollicitation extérieure, la contrainte moyenne est nulle ( $N = 0$ ) :

$$e_p \sigma_p + e_b \sigma_b = 0$$

Où  $e_p = 2 \times 2 \text{ mm}$  et  $e_b = 16 \text{ mm}$

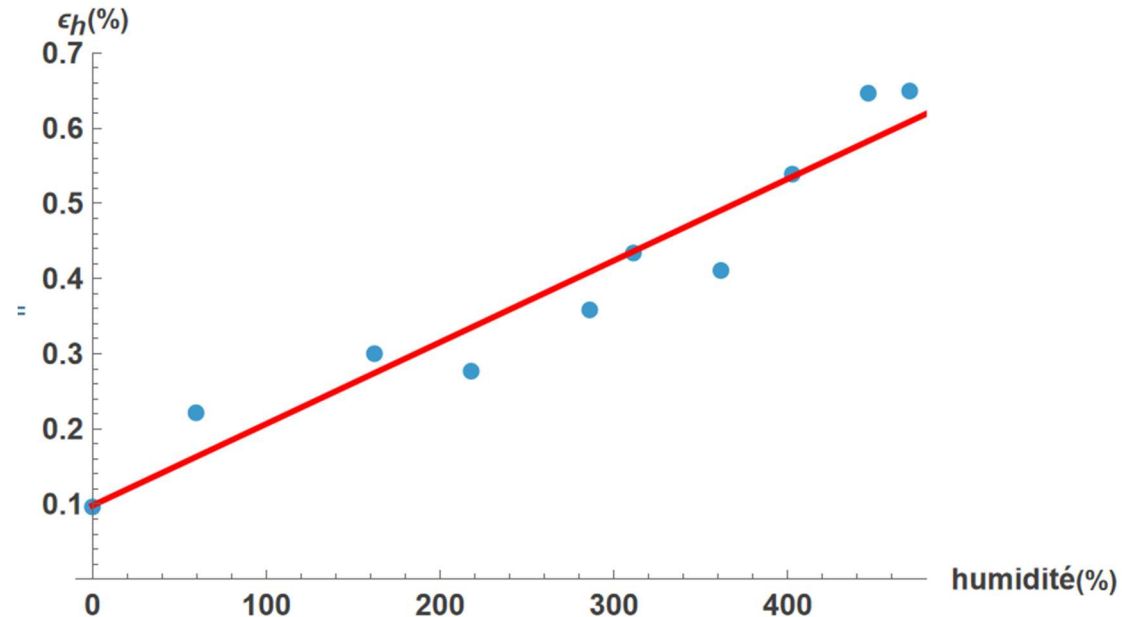
# Exemple : panneaux sandwich

En prenant  $\varepsilon_h = 0,007$

On obtient :

$$\sigma_p = 80 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = -20 \text{ MPa}$$



Dans l'article de Legrand et al. [2015], ils prennent en compte (MEF) :

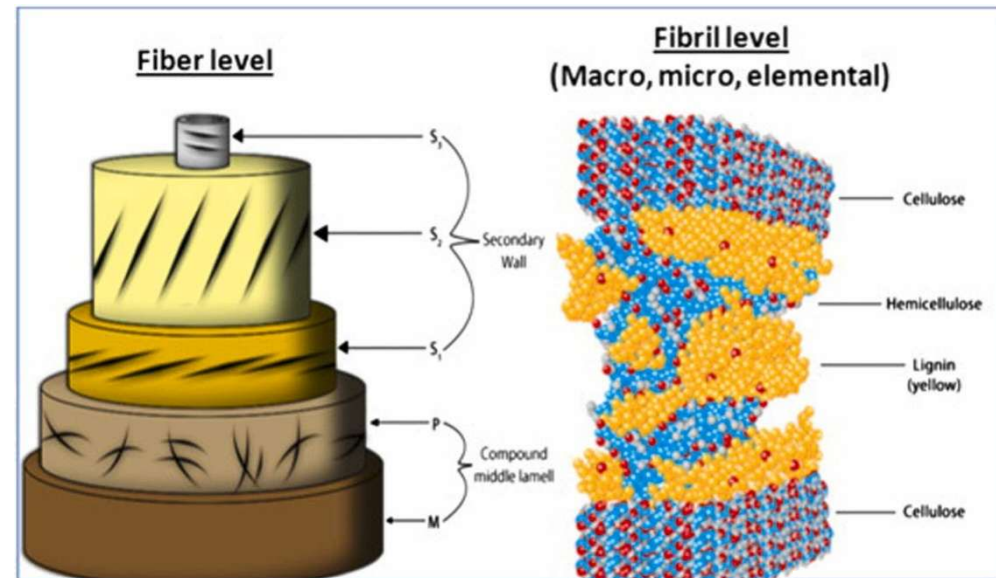
- La diffusion d'humidité en fonction du temps (loi de Fick)
- L'anisotropie de diffusion
- L'anisotropie élastique de la peau et du balsa

Toute hétérogénéité peut être source d'incompatibilités et donc de contraintes résiduelles

Exemple : **fibre végétale dans un composite**

- Hétérogénéité fibre/matrice
- Hétérogénéité à l'échelle de la fibre
- Hétérogénéité à l'échelle des phases (cellulose, lignine...)
- Hétérogénéité à l'échelle moléculaire

Les contraintes résiduelles sont donc  
un **phénomène multiéchelles**



[Vinod 2023]

# D'où viennent les CR ?

## En résumé :

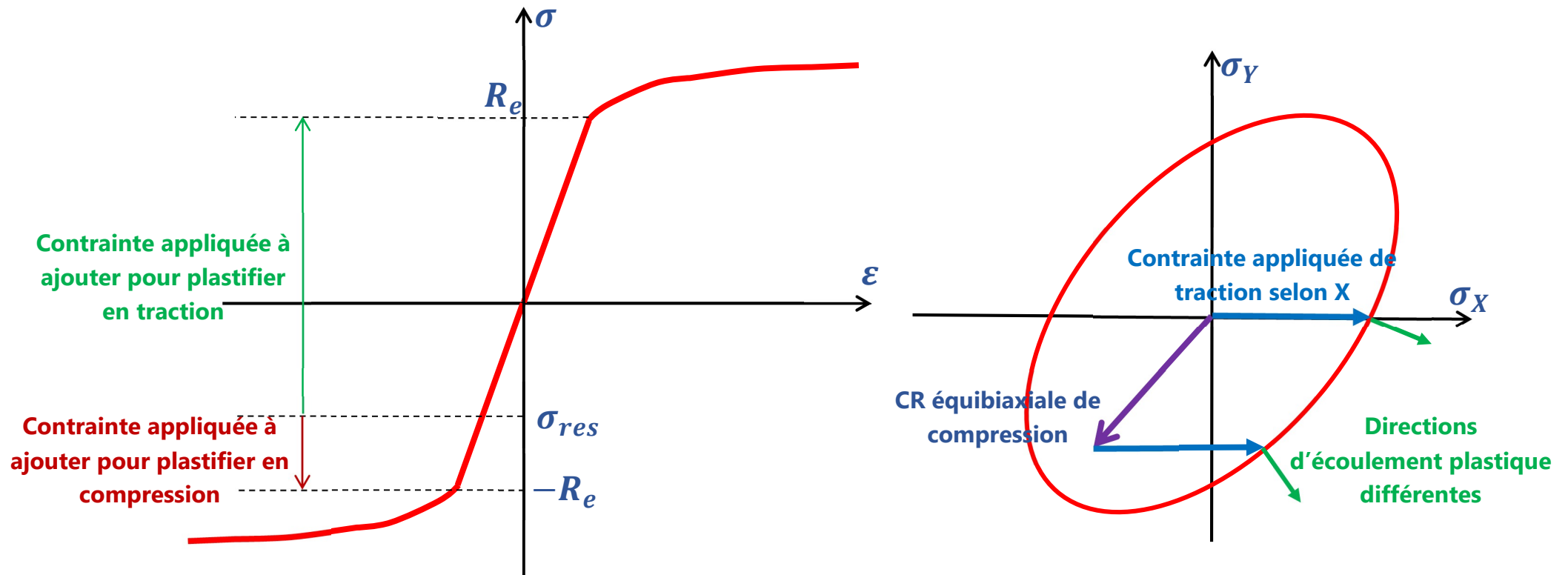
- Les CR proviennent des phénomènes physico-chimiques lors de l'**élaboration** ou du **traitement** des matériaux et des composants
- Ces phénomènes provoquent des **incompatibilités de déformation**
- Ces incompatibilités peuvent être décrites par des **eigenstrains**, déformations inélastiques (et donc libres de contraintes)
- Ces incompatibilités sont **accommodées par des contraintes résiduelles**
- Ces incompatibilités sont liées aux **gradients de sollicitations** (mécaniques, thermiques, diffusion, etc.) et aux **hétérogénéités de propriétés mécaniques**

Remarque : les valeurs d'eigenstrains sont similaires aux valeurs de déformations élastiques  
→ les contraintes résiduelles sont un indicateur très sensibles à de petites variations



**utt**  
UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE  
TROYES

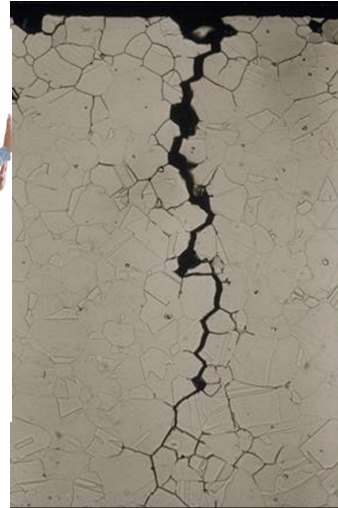
# Quelles sont les conséquences des contraintes résiduelles ?



Les contraintes résiduelles provoquent une dissymétrisation du domaine d'élasticité et peuvent donc expliquer pour partie **l'écrouissage cinématique (effet Bauschinger)**



# Fatigue et fissuration



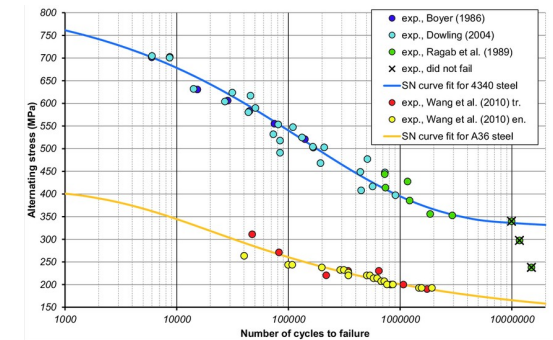
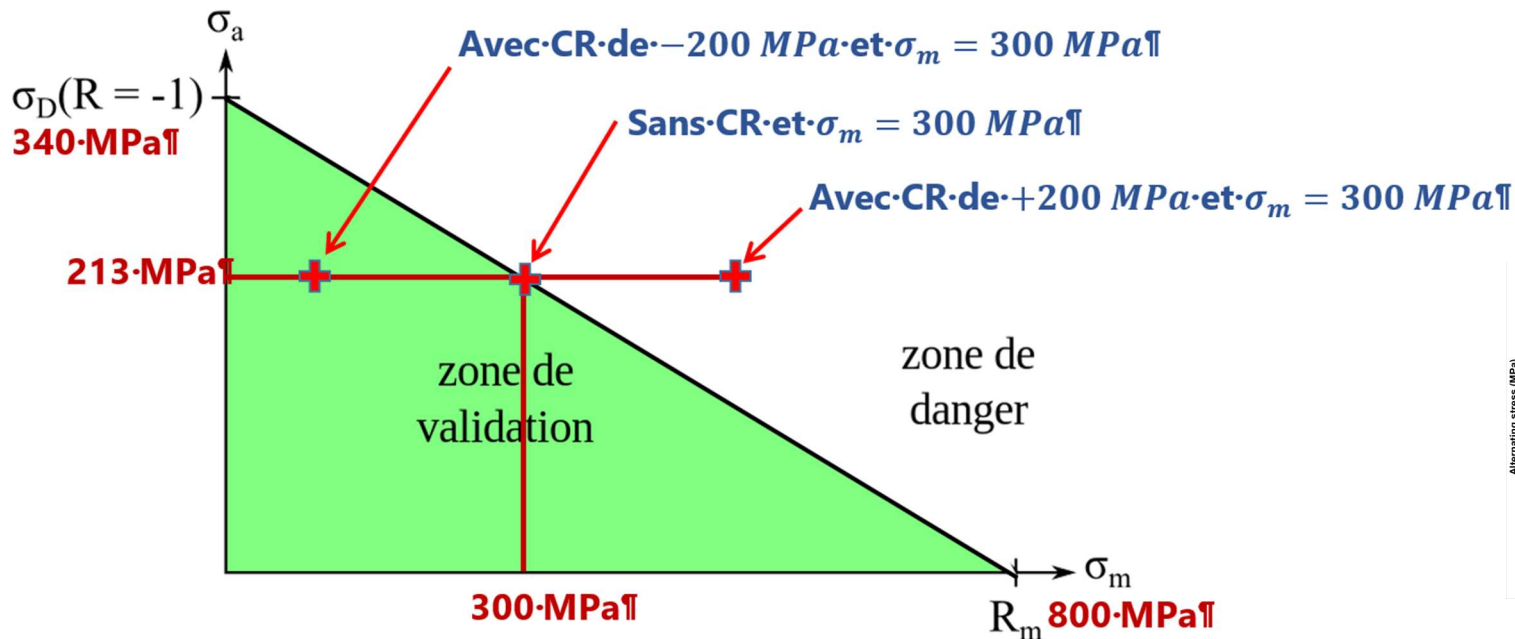
Des contraintes résiduelles de **compression** tendent à **refermer** les fissures (ou à les amorcer moins vite)



Des contraintes résiduelles de **traction** tendent à **ouvrir** les fissures (ou à les amorcer plus vite)

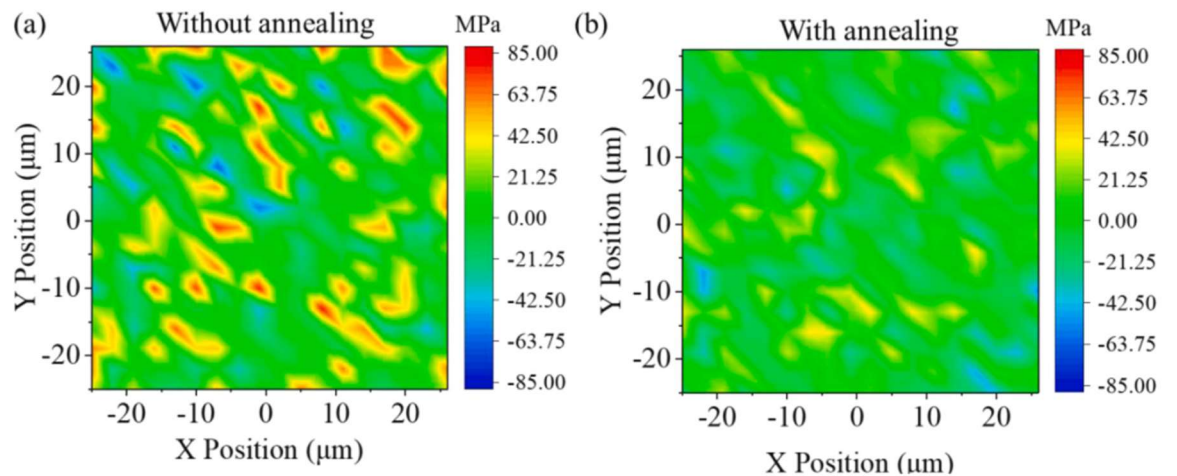
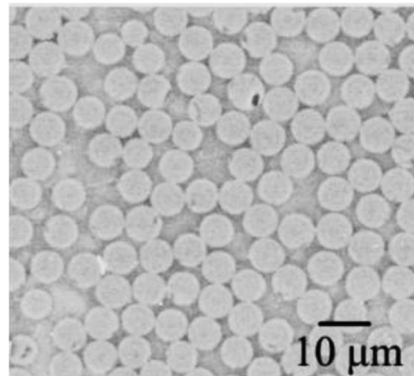
En fatigue HCF, les contraintes résiduelles (stabilisées !!) peuvent être considérées comme des contraintes moyennes → visualisation sur le diagramme de Haigh

$$\sigma(t) = \sigma_a \sin \omega t + \sigma_m + \sigma_r$$



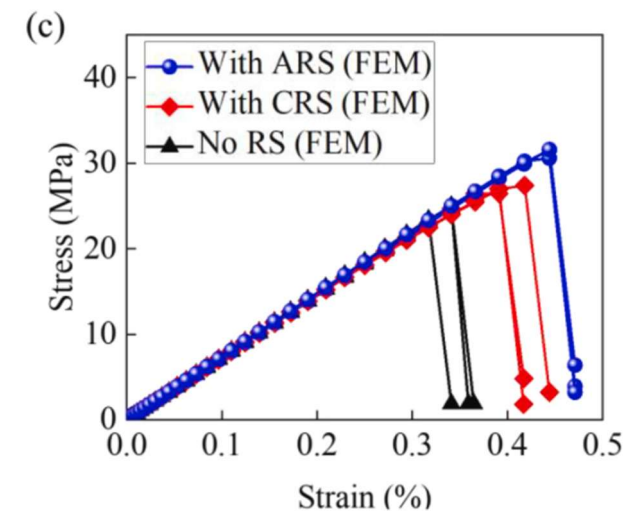
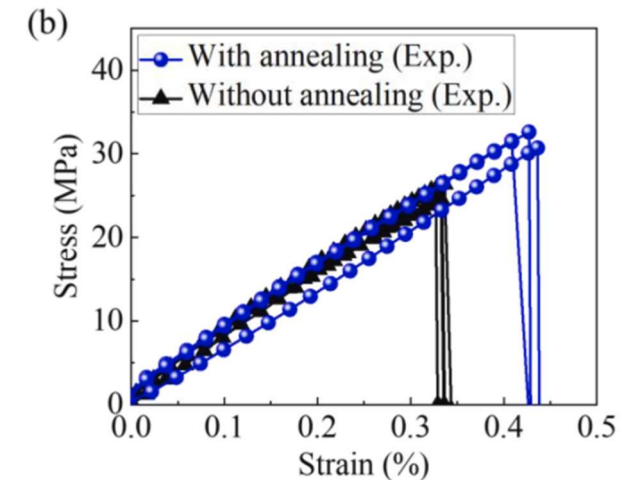
Attention, les CR peuvent évoluer (premiers cycles, surcharges, accommodation...)

## Rupture d'un composite vitrimer (epoxy-anhydride), fibre de carbone T700



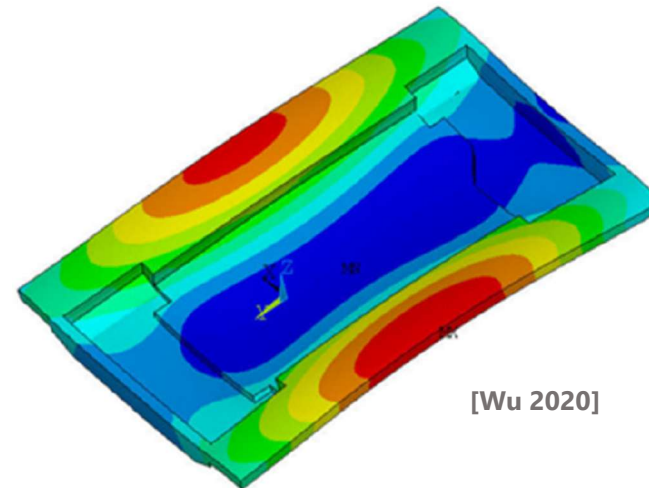
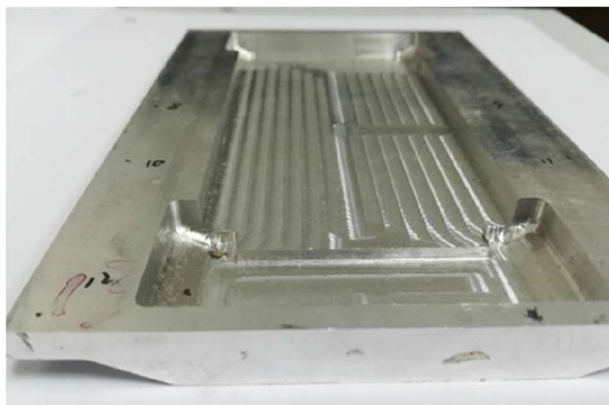
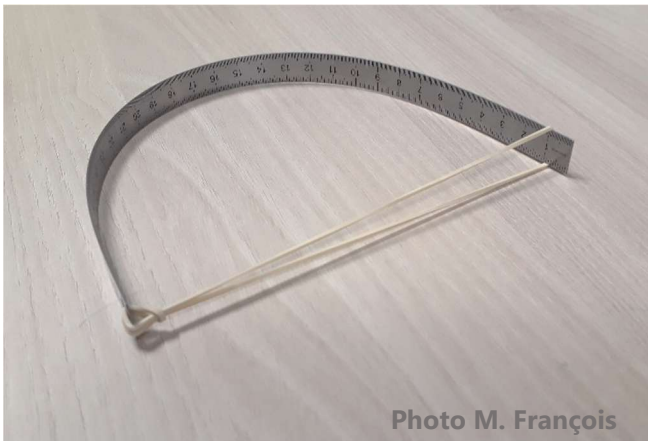
CR obtenues par spectroscopie Raman

[Bai 2025]

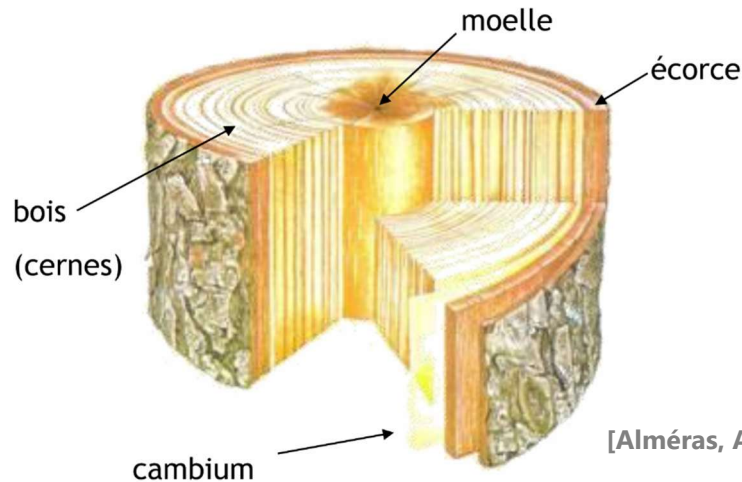


**L'usinage d'un composant** peut éliminer des zones avec des CR de compression ou de traction → L'équilibre n'est plus assuré

En l'absence d'efforts extérieurs, le **rééquilibrage** doit s'effectuer en interne → **déformation**



# CR de croissance dans les arbres



[Alméras, Aussois 2020]

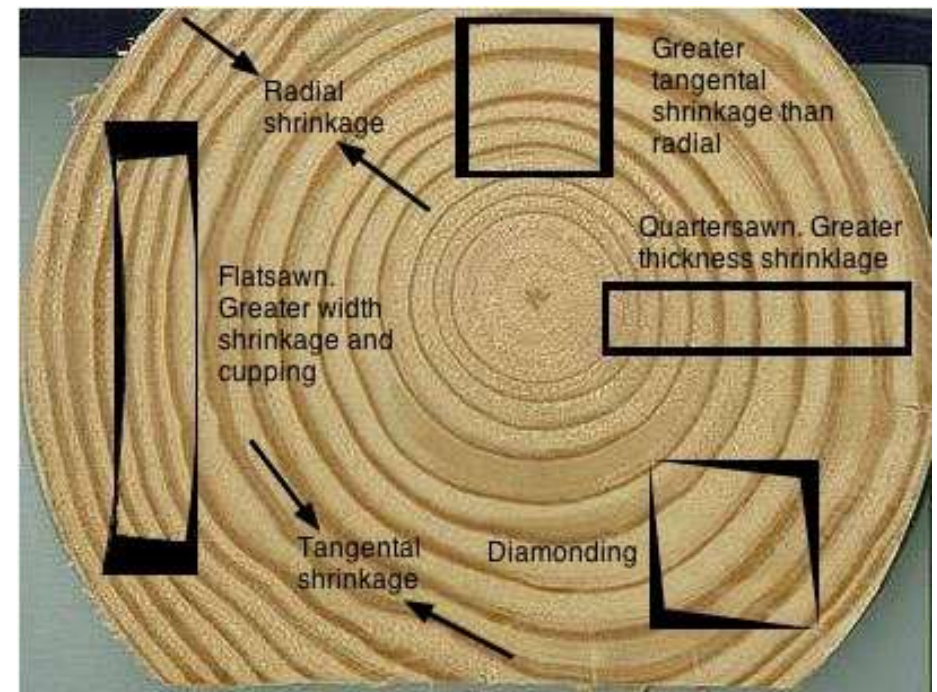
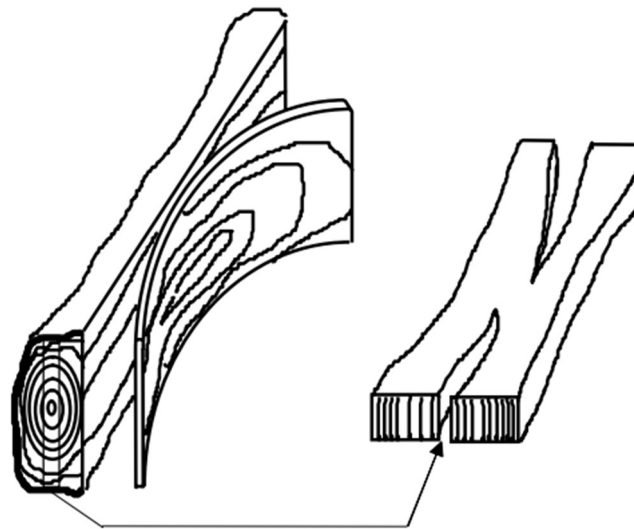


**Les arbres génèrent des contraintes résiduelles pour mieux résister à la gravitation ou au vent**



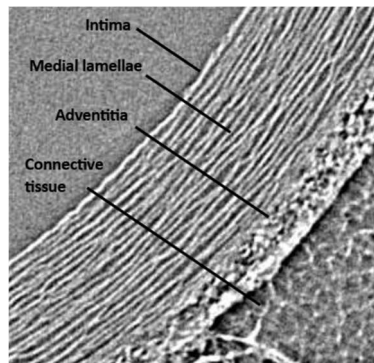
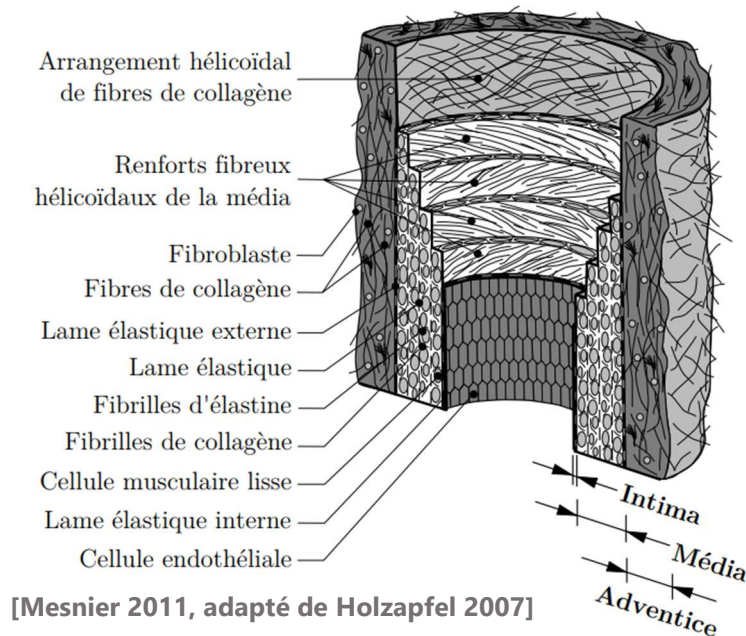
**Fissuration d'une grume de noisetier par relaxation des CR de croissance**

[Cassens et Serrano, 2004]

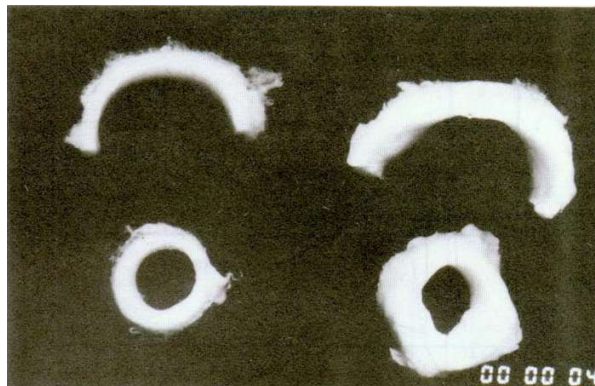


[<https://blog.spib.org/moisture-content-in-lumber/>]

## Utilisation des CR par la nature : réduction des contraintes liées à la pression sanguine dans les artères.

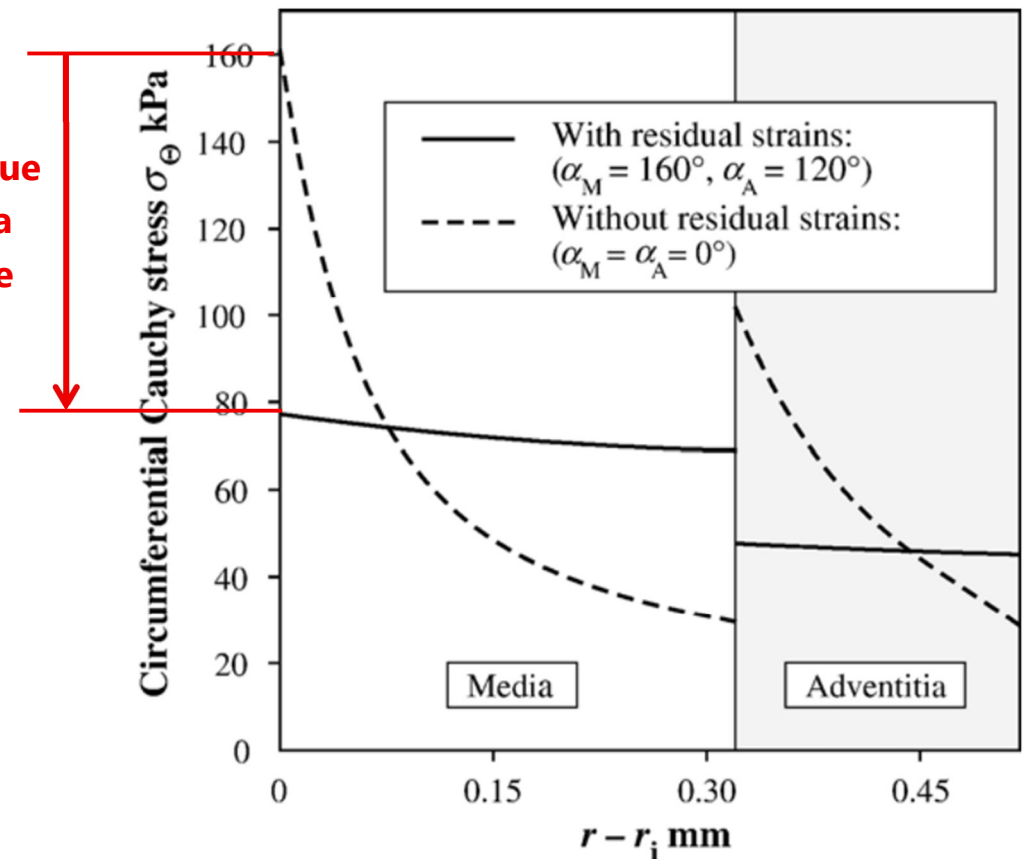


[Brunet 2023]



[Hayashi 1991]

Réduction due  
aux CR sur la  
paroi interne



[Holzapfel et Gasser, 2007]

Aortes de lapin avant  
et après découpe

**En résumé, les contraintes résiduelles influent :**

- **Les propriétés mécaniques statiques des matériaux**
- **La fatigue, la fissuration des composants**
- **La stabilité géométrique et la déformation des composants**
- **Les propriétés physico-chimiques et thermodynamiques des matériaux**



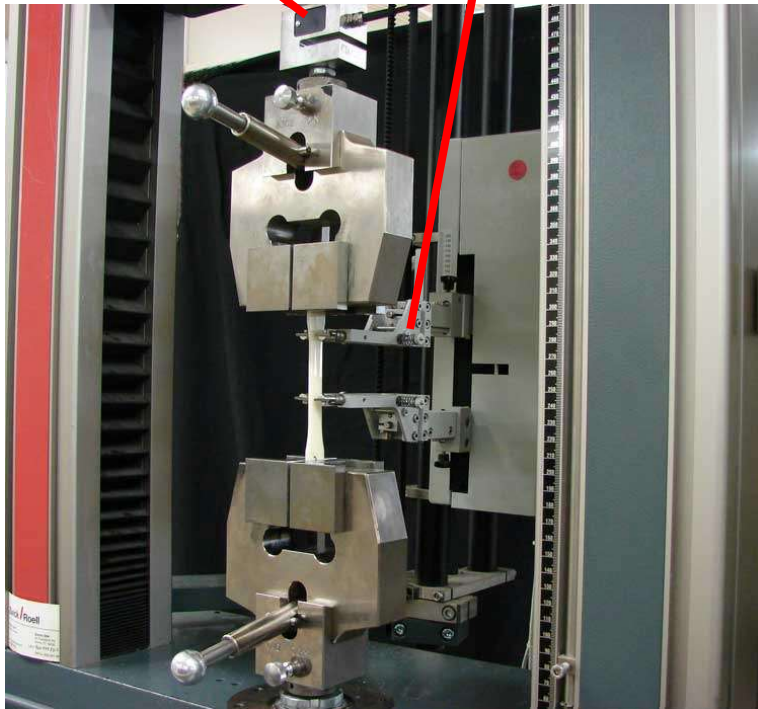
# Comment déterminer les contraintes résiduelles ?



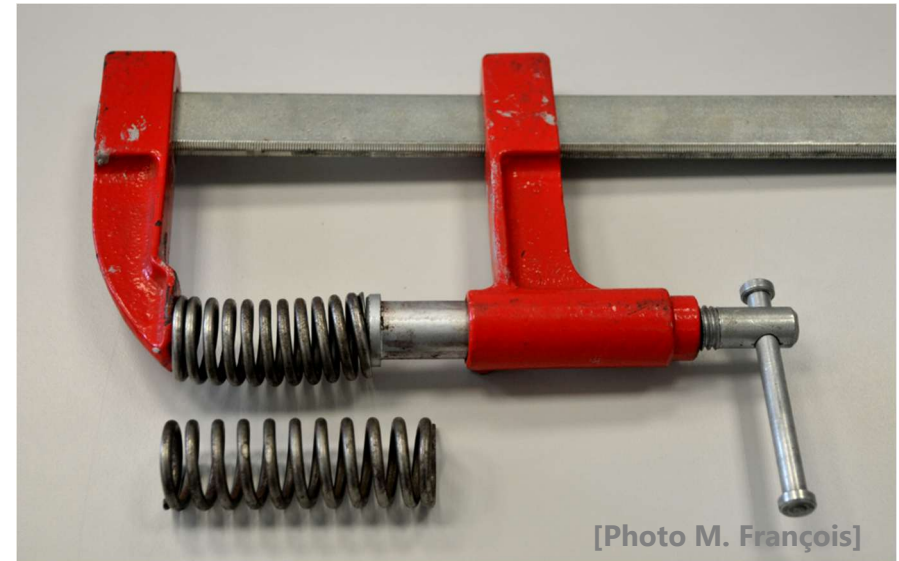
# Position du problème

$$F = k(U - U_0) \text{ puis } \sigma = F/S$$

$$\Delta L = k'(V - V_0) \text{ puis } \varepsilon = \Delta L/L_0$$



[<https://testingindonesia.com>]



[Photo M. François]

## Problèmes en contraintes résiduelles :

- Etat de référence indisponible
- Pas de capteurs force/déplacement

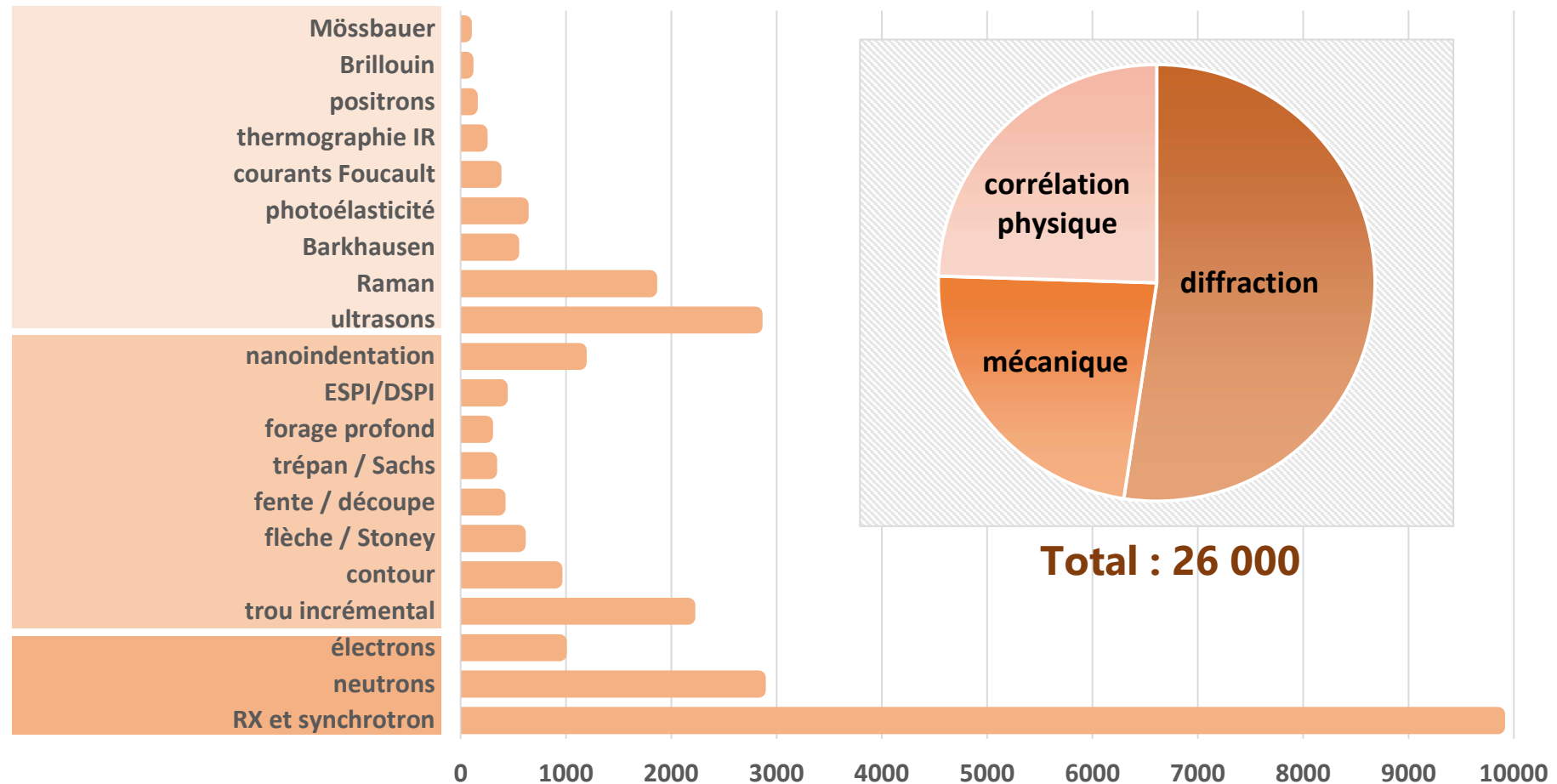
Comment mesurer des contraintes résiduelles<sup>1</sup> ? → **3 principes de mesure**

- 1. Méthodes mécaniques** : on perturbe l'équilibre des CR et on mesure les effets
- 2. Méthodes de diffraction** : les distances interatomiques sont utilisées comme extensomètre interne
- 3. Corrélation avec une propriété physique** : les CR perturbent au second ordre la réponse du matériau à un signal porté par une grandeur physique : vibrations moléculaires (Raman), magnétisation, propagation d'US, polarisation de la lumière, courants de Foucault...

---

<sup>1</sup> Selon le **VIM** (Vocabulaire International de la Mesure, ISO 07-001) : « Le mesurage ou la mesure est un processus consistant à obtenir expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à une grandeur » → Aucun problème à parler de « **mesure des contraintes résiduelles** »

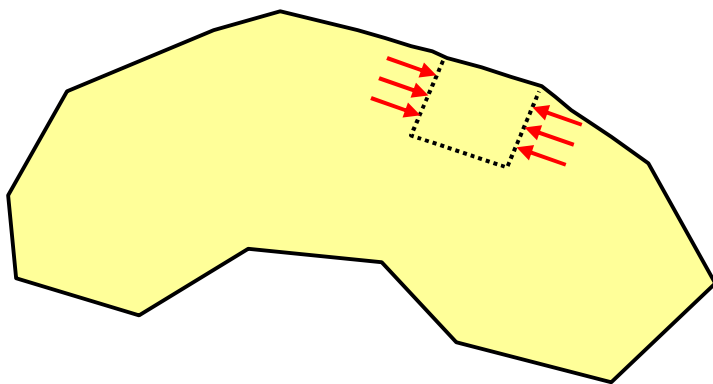
# Fréquence dans les publications



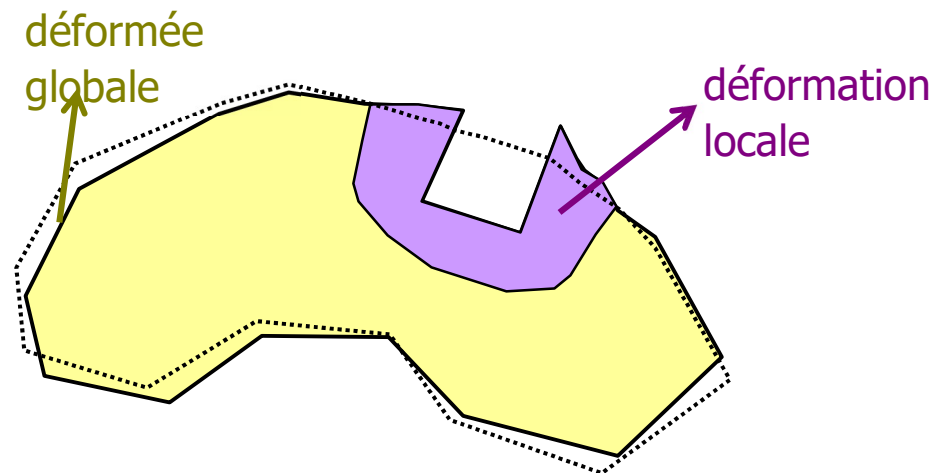
[d'après SCOPUS, mai 2024] « residual stress » AND XXX, pas de dédoublement, recherche dans keywords/abstract/title

**Principe : on perturbe l'autoéquilibre des contraintes résiduelles. Le composant se déforme pour restaurer l'équilibre.**

**On mesure les déformations ou les déformées**



relaxation des  
contraintes  
résiduelles



L'une ou l'autre peut être  
négligeable ou inaccessible



[Photo M. François, non sponsorisée]



## Méthode de Crampton ou méthode de la languette :

- On découpe et on mesure la déflexion de la languette
- Boite boisson emboutie : contraintes liées à l'emboutissage (déformation plastique)
- Mise au point : méthode de découpe et modèle mécanique pour remonter aux contraintes

**Carotte avec contraintes résiduelles :**

→ Incompatibilité liée au séchage

$$\varepsilon_L = 0.0037/\text{jour}$$



**Découpage :**

→ relaxation des contraintes

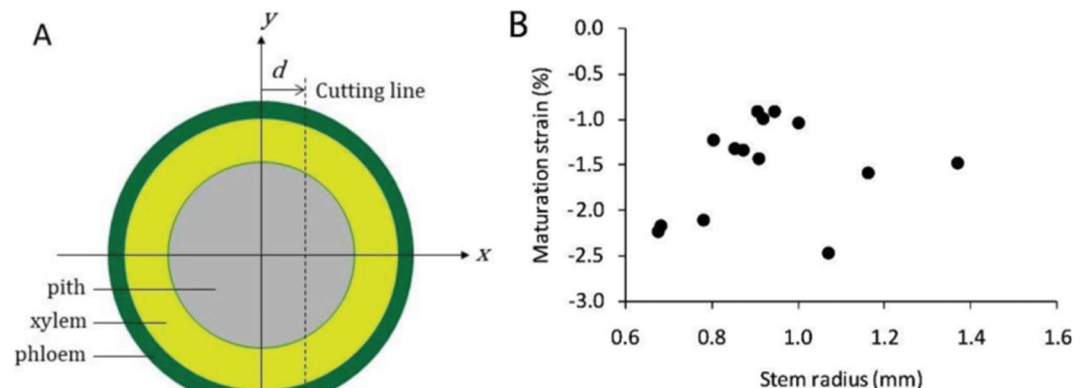
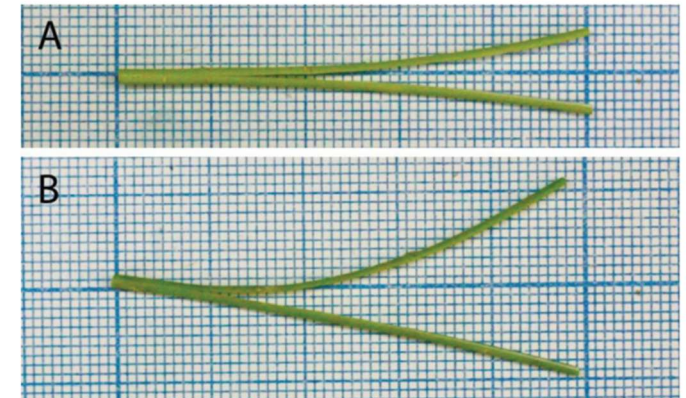
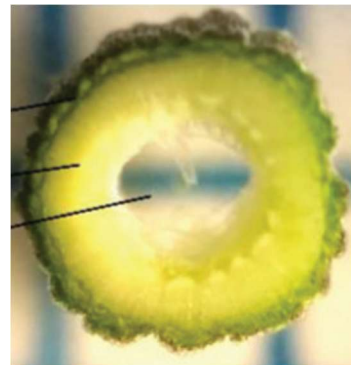
→ déformation



**Tiges de lin :**

→ Contraintes de compression dans la partie gélatineuse (xylème) lors de la croissance

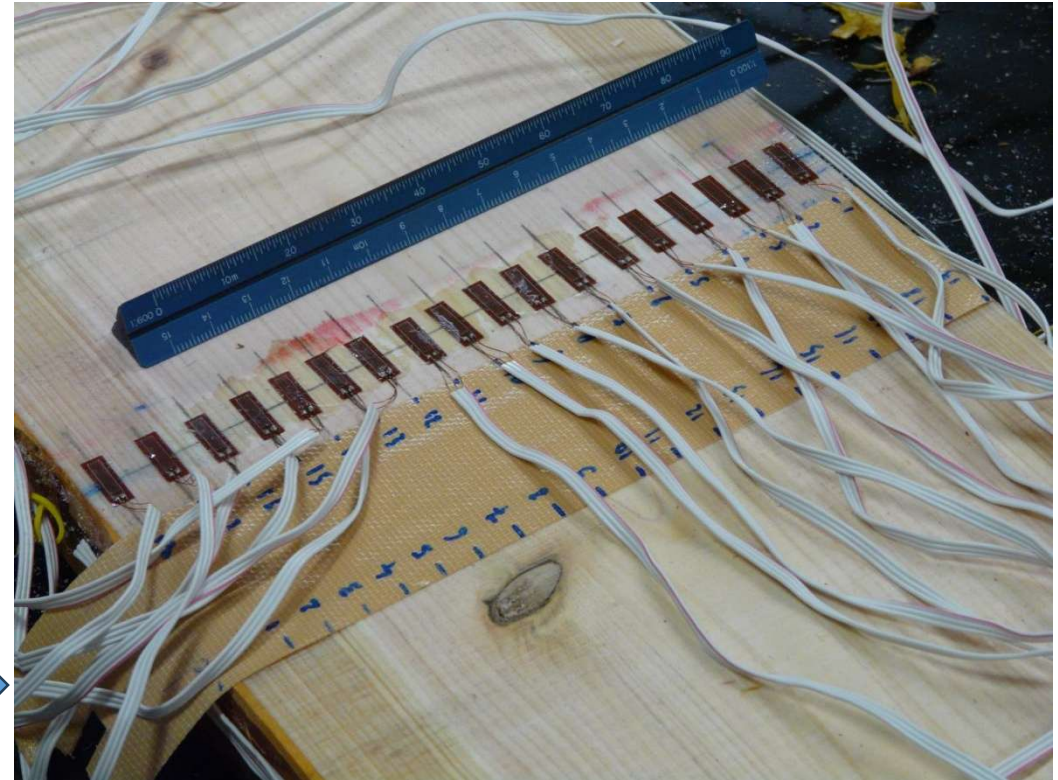
→ Stabilité mécanique



[Almérés 2019]



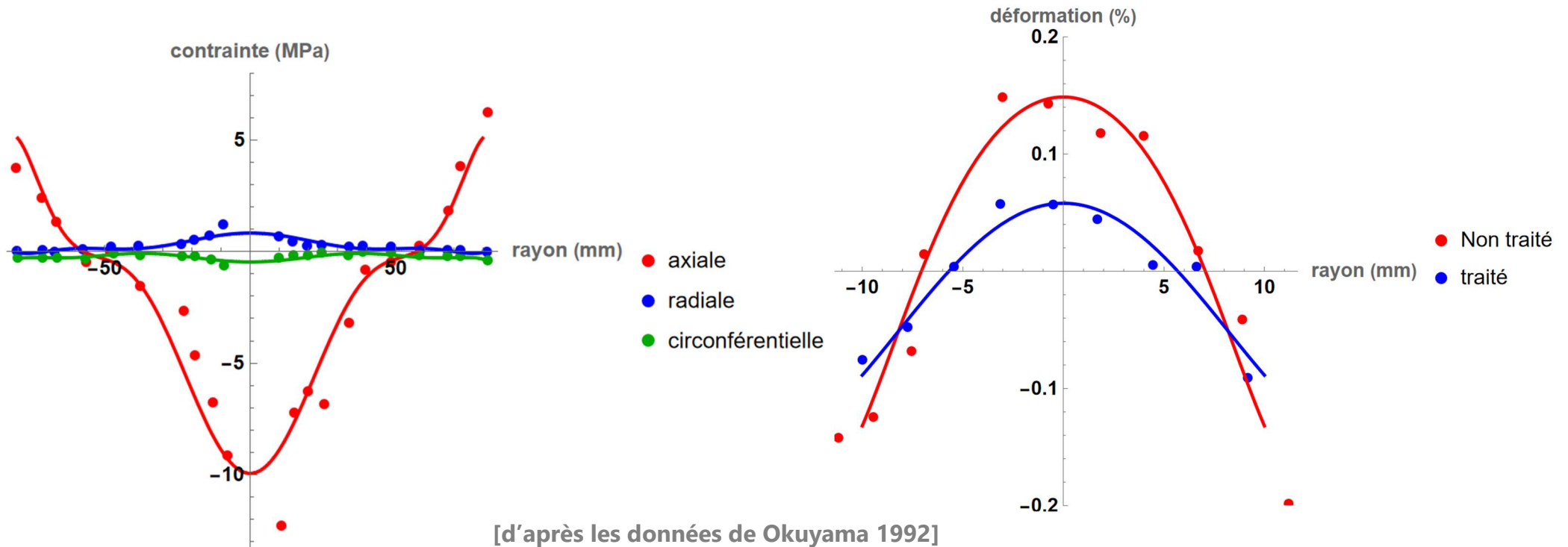
## Mesure par découpe des contraintes axiales dans un tronc



[T. Alméras, Aussois 2020]



## CR dans le tronc d'un Sugi (Cryptomeria Japonica)



CR dans le tronc d'un Sugi  
(Cryptomeria Japonica)

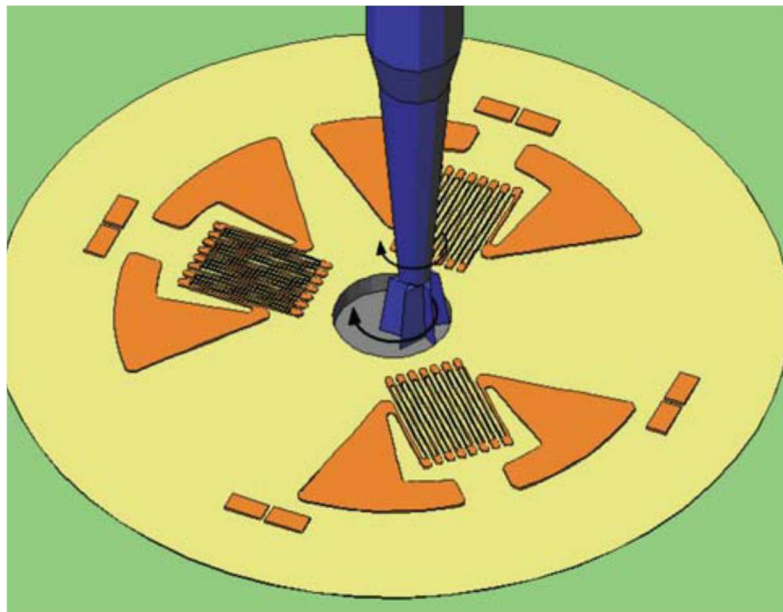
Réduction des déformations par traitement  
thermique sur un Buna (Fagus Cremata)

**Principe : on perce un trou et on mesure les déformations autour du trou**

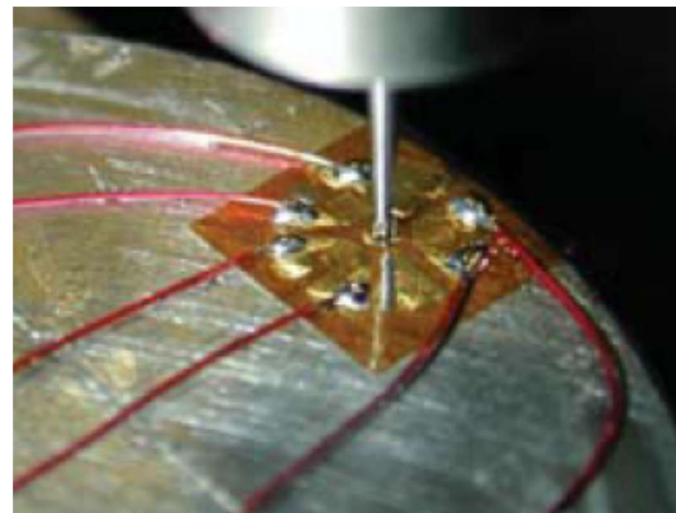
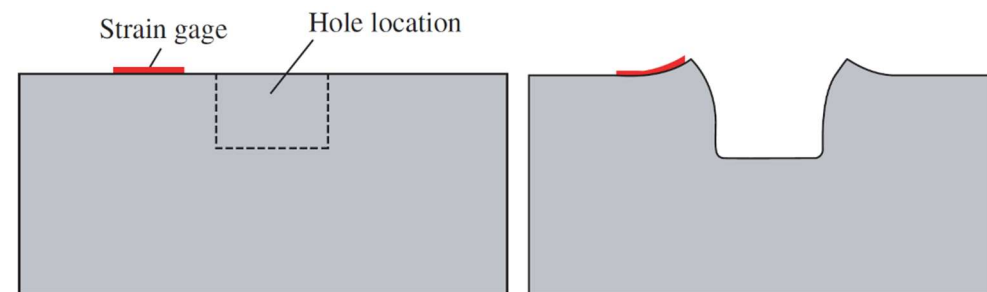
**Les déformations peuvent être mesurées :**

- par des jauges piézorésistives
- par interférométrie holographique (Speckle Pattern Interferometry : ESPI)

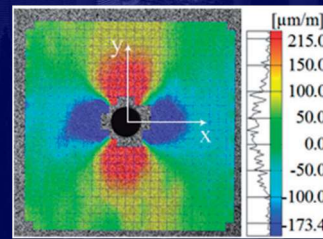
**Le profil de contraintes en profondeur est obtenu par incréments de perçage**



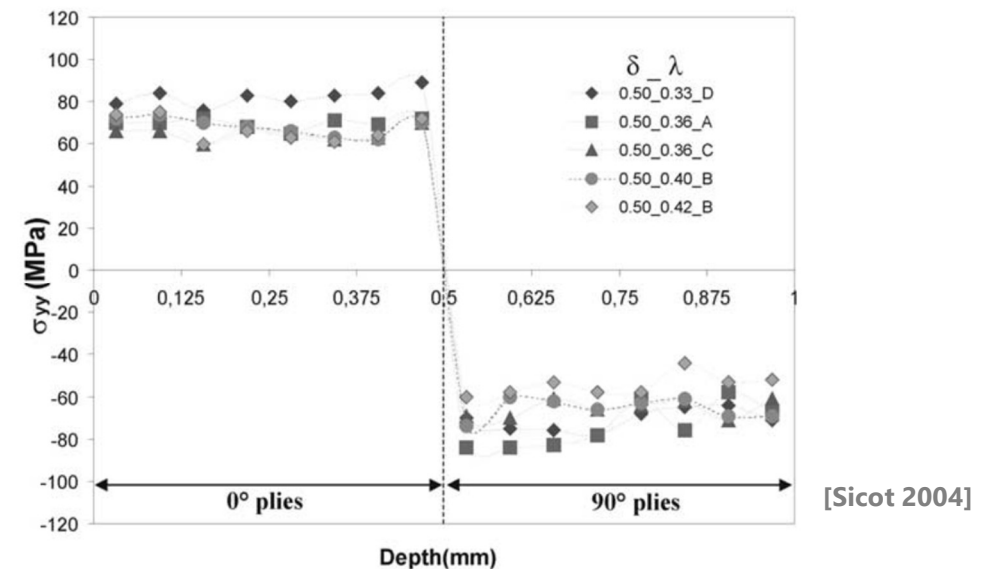
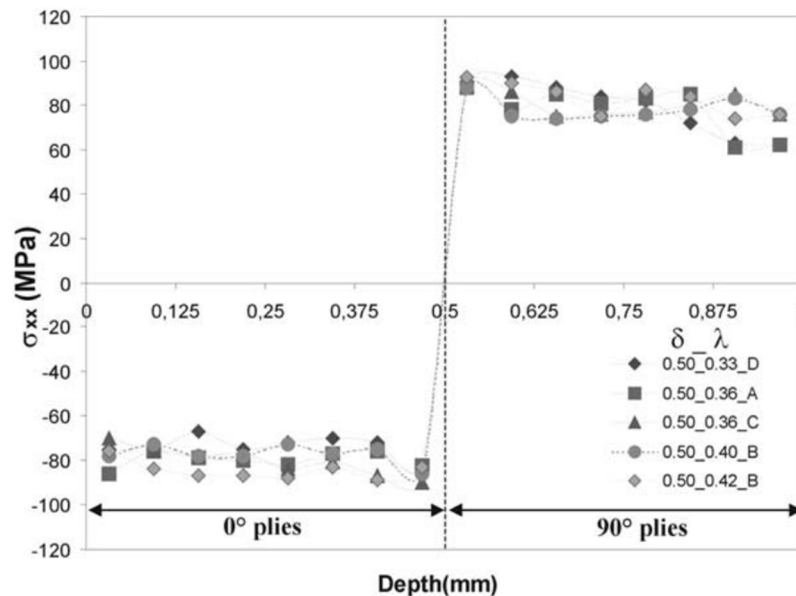
[from Stresscraft in Schajer 2013]



# Exemple composite stratifié

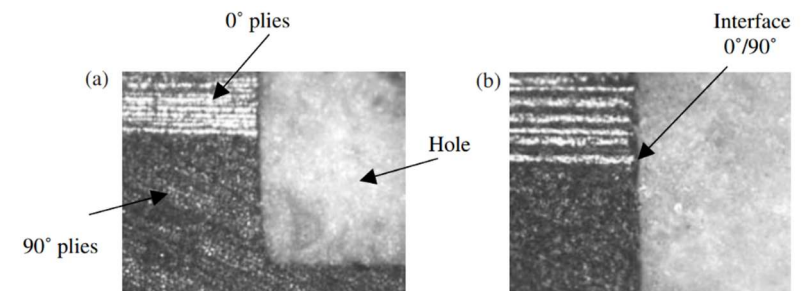


Composite carbone/époxy T300/914,  $V_f = 60\%$ , épaisseur de pli 125  $\mu\text{m}$ ,  $[0_2, 90_2]$

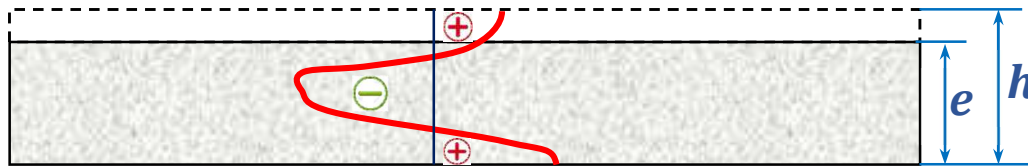


Pas de saut de contrainte entre 2 plis de même orientation

Saut de 160 MPa entre 2 plis orientés à 90°

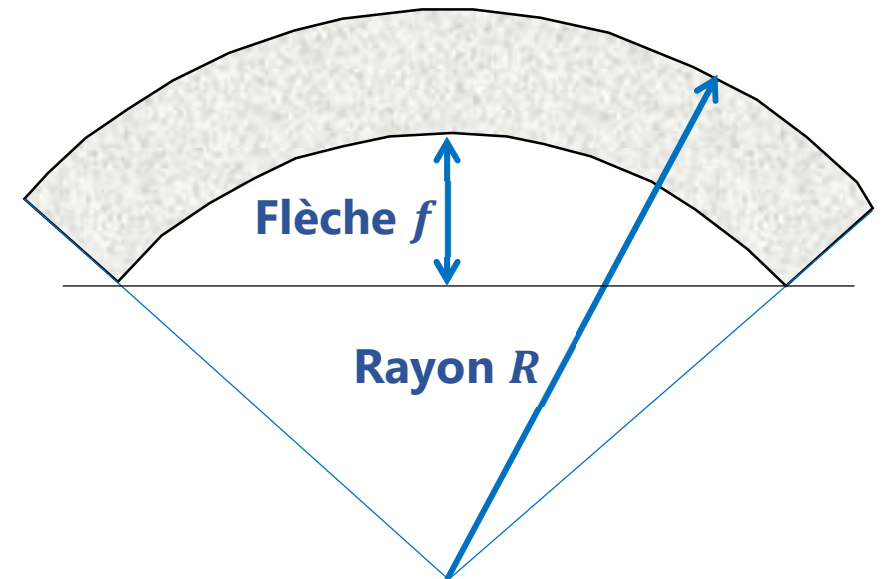


Principe : enlèvement d'une couche → rééquilibrage des contraintes → flexion



Equations de la RdM : 
$$\frac{1}{R} = \frac{M_f}{E I_z} = \frac{\langle \sigma \rangle}{E} \frac{6 (h - e) h}{e^3}$$

Profil en épaisseur → incréments d'enlèvement



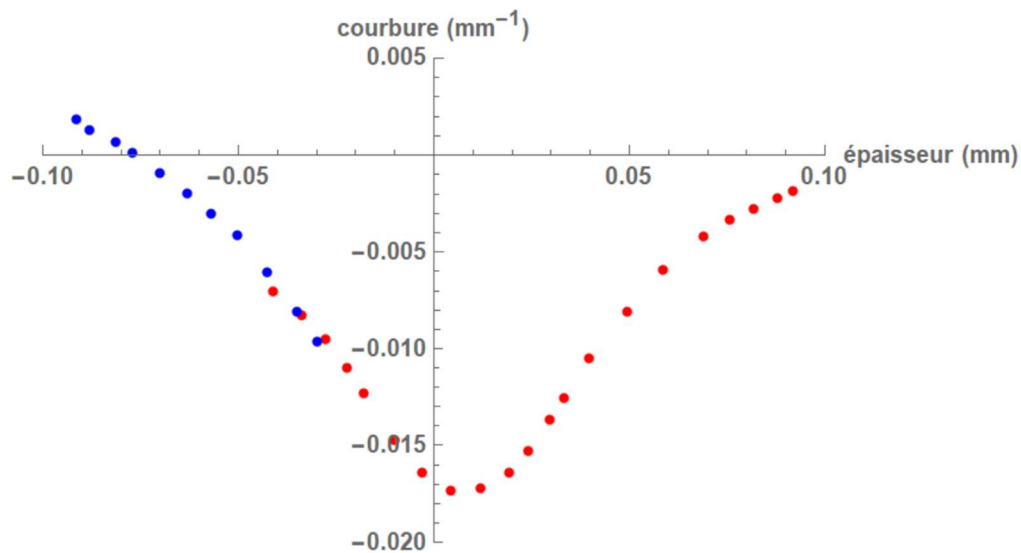
Pb : après rééquilibrage, la contrainte dans les couches suivantes a été modifiée :

$$\frac{\sigma}{E} = -\frac{e^2}{6} \frac{d(1/R)}{de} + e \left( \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_e} \right) + \frac{1}{3} \int_h^e e d(1/R)$$

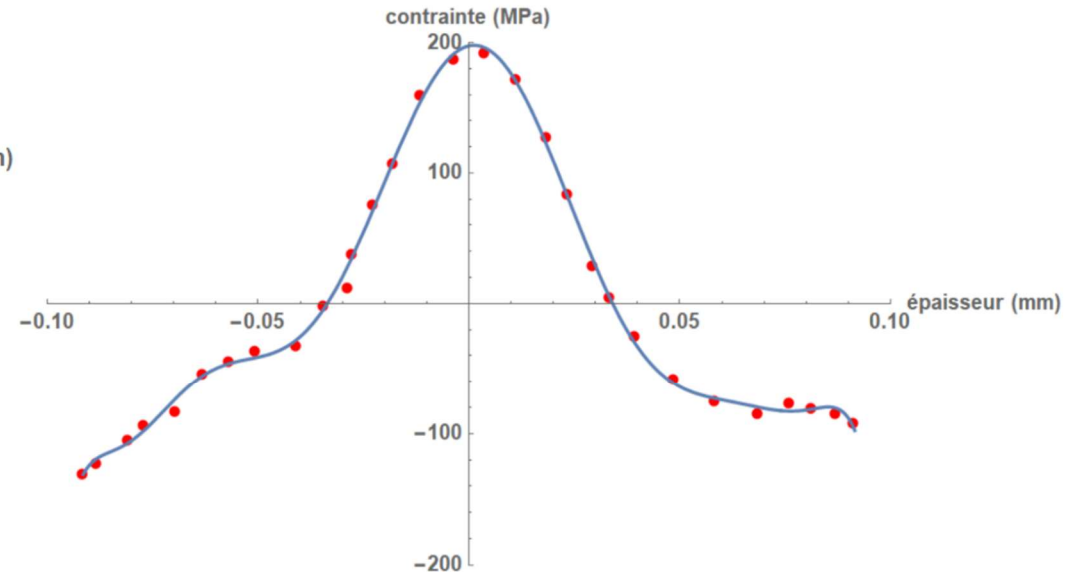
$$\frac{1}{R_n} = \frac{6}{E e_n^3} \sum_{i=1}^n \sigma_i (e_{i-1} - e_i)(e_{i-1} + e_i - e_n) \Rightarrow [1/R] = \frac{6}{E} [G] [\sigma]$$

Généralisation : plaque en contrainte biaxiale, isotrope ou anisotrope

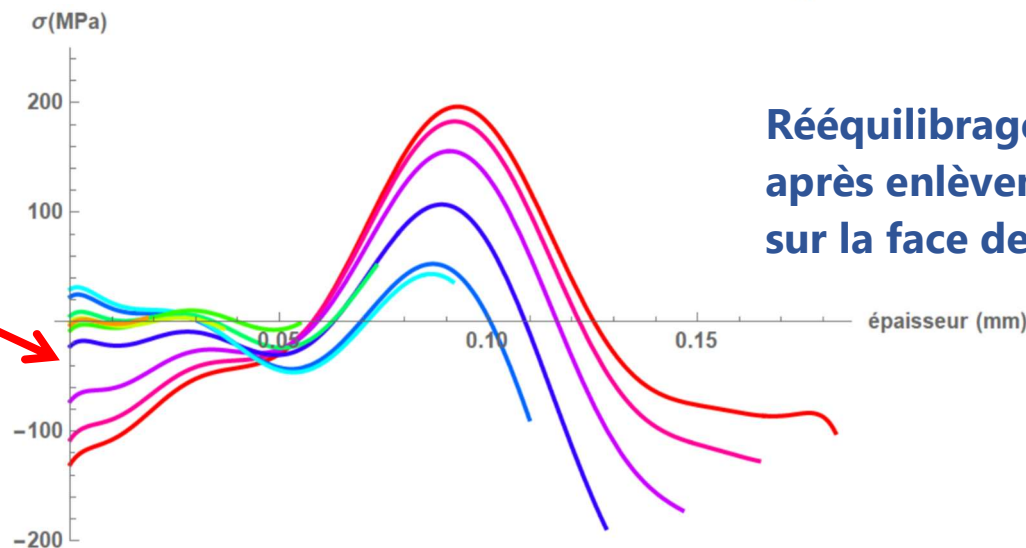
## Exemple : tôle d'acier pour emballage (APE) laminée, épaisseur 183 $\mu\text{m}$



[Mesures initiales Th. Jacquot, 1997]

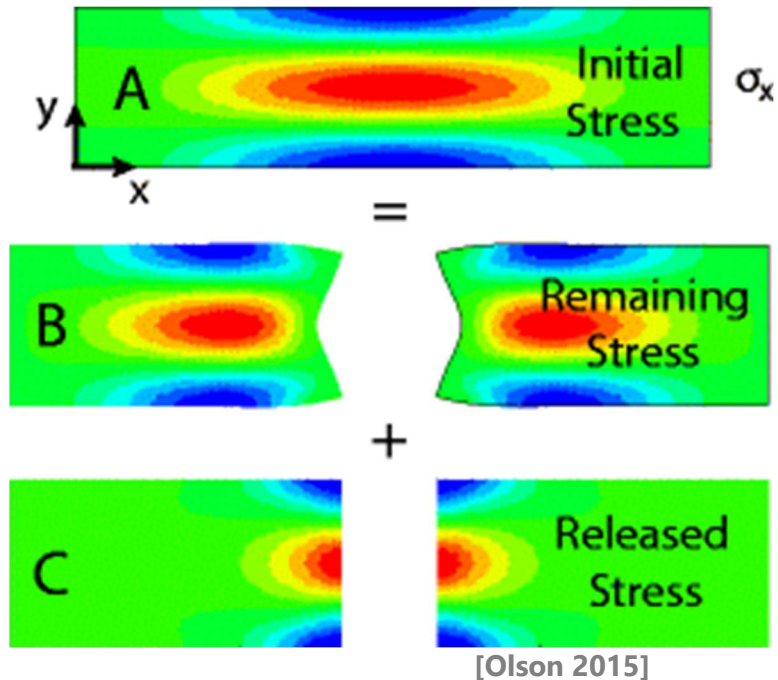


Des mesures de contrainte (DRX) ou de déformation (jauges) sur la face non usinée permettent également de remonter au profil



Rééquilibrage des contraintes après enlèvements successifs sur la face de droite

**Principe : la pièce est découpée en deux selon une section plane**



**La relaxation des contraintes provoque une variation de topographie :**

- Bosse dans les zones initialement en compression
- Creux dans les zones initialement en traction

**Les déplacements nécessaires à la remise à plat de la section sont introduits en conditions aux limites dans un calcul MEF**

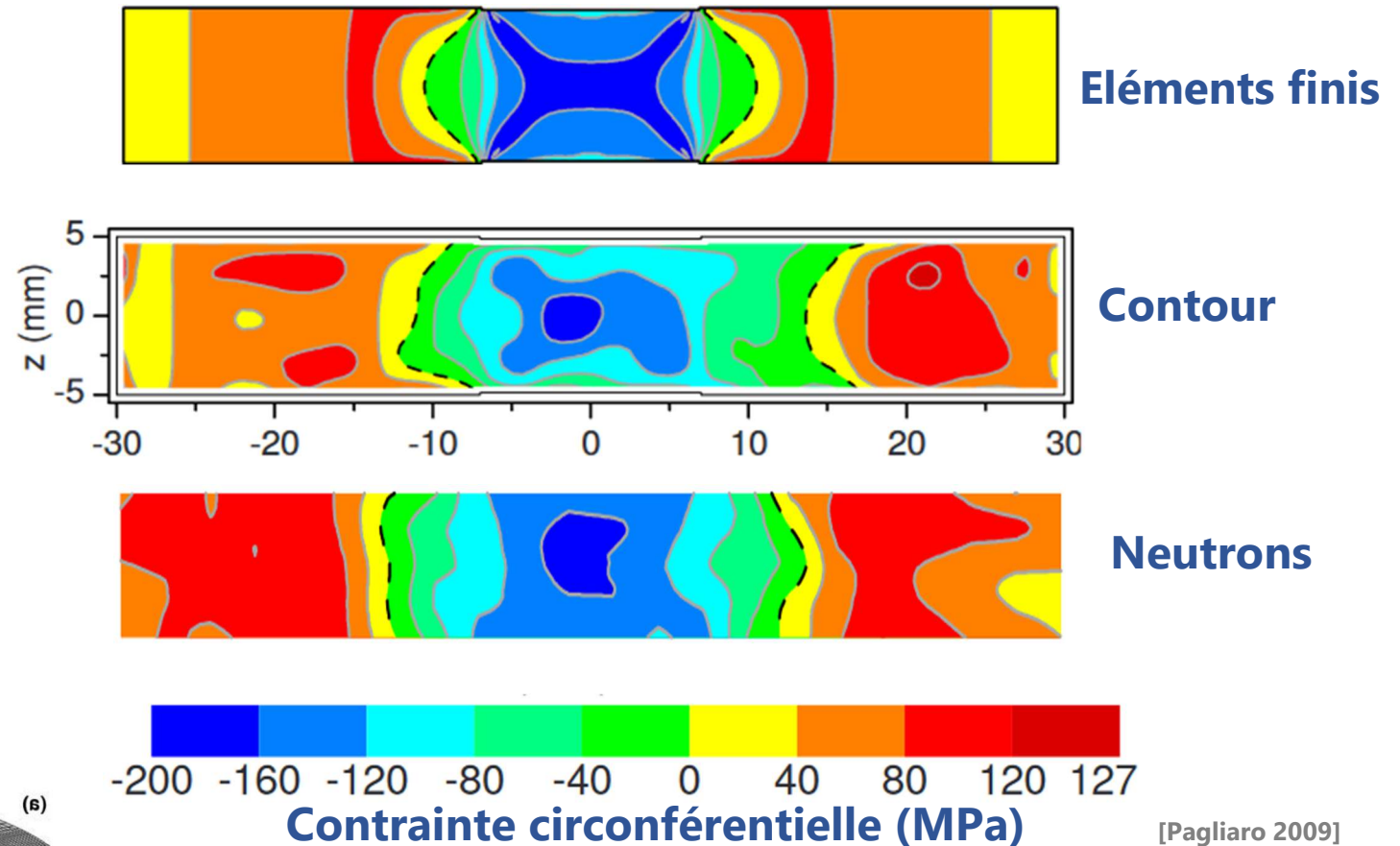
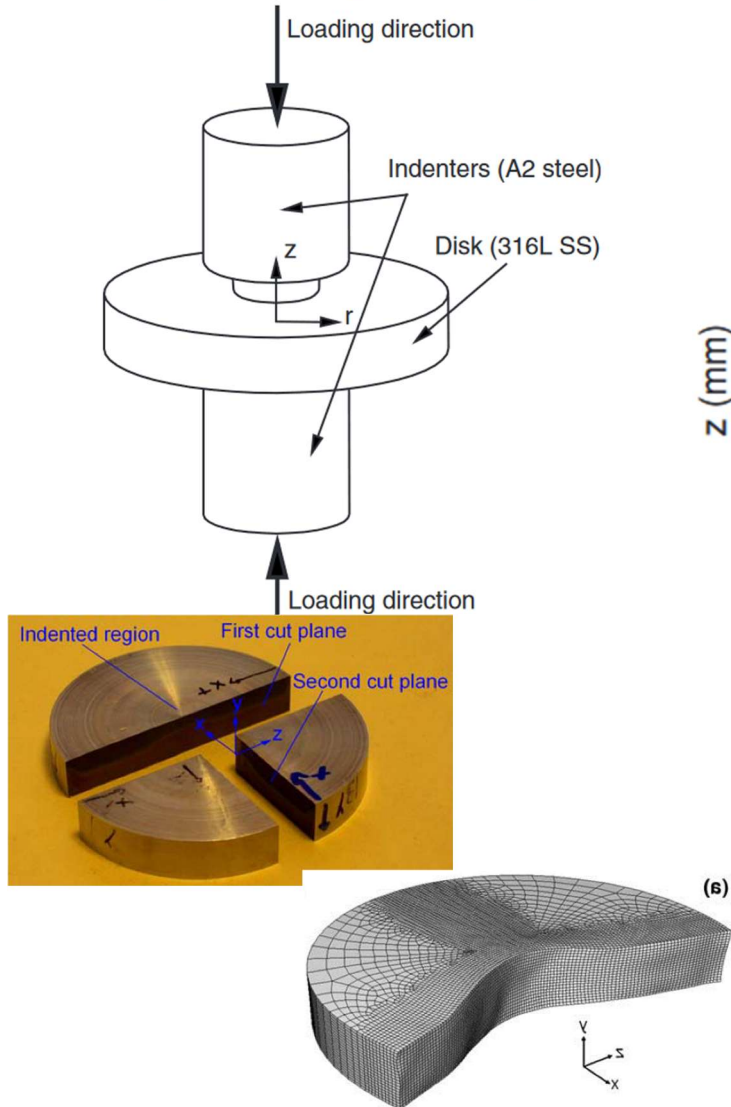
**Découpes : électro-érosion à fil (Ø100-200 µm)**

**Mesures de topographie : MMT ou palpage optique**

**Cette méthode permet de mesurer la contrainte normale au plan de découpe**

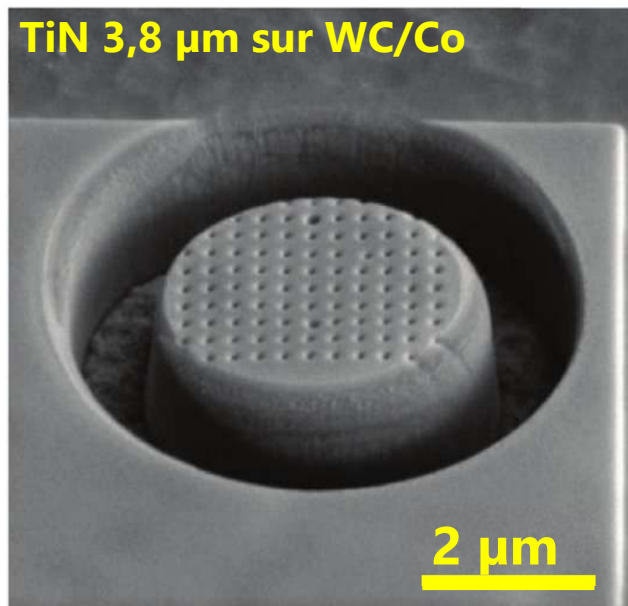


## Exemple : disque comprimé plastiquement

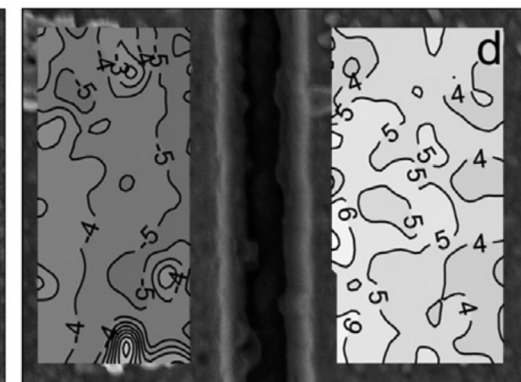
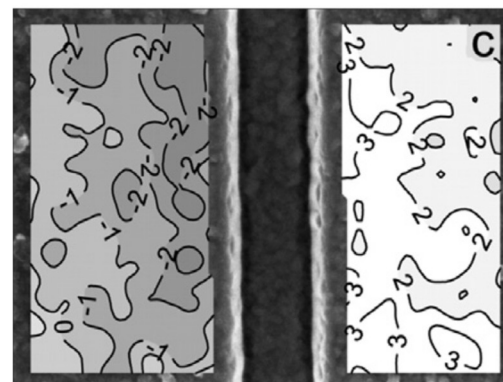
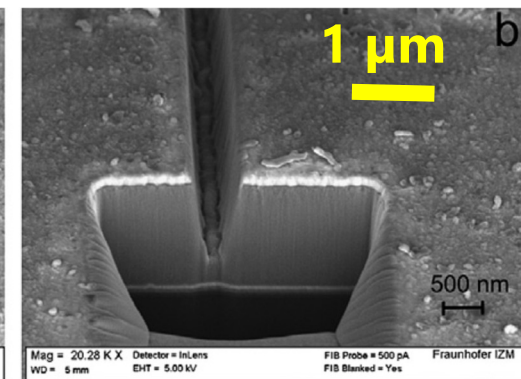
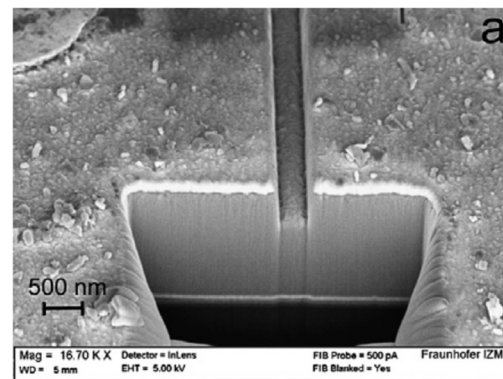


Les méthodes mécaniques peuvent être appliquées à toute échelle :

- moyen d'usinage adapté (ex : Focused Ion Beam, FIB)
- moyen d'extensométrie adapté (ex : suivi de marqueur, corrélation d'images)



[Song 2011]

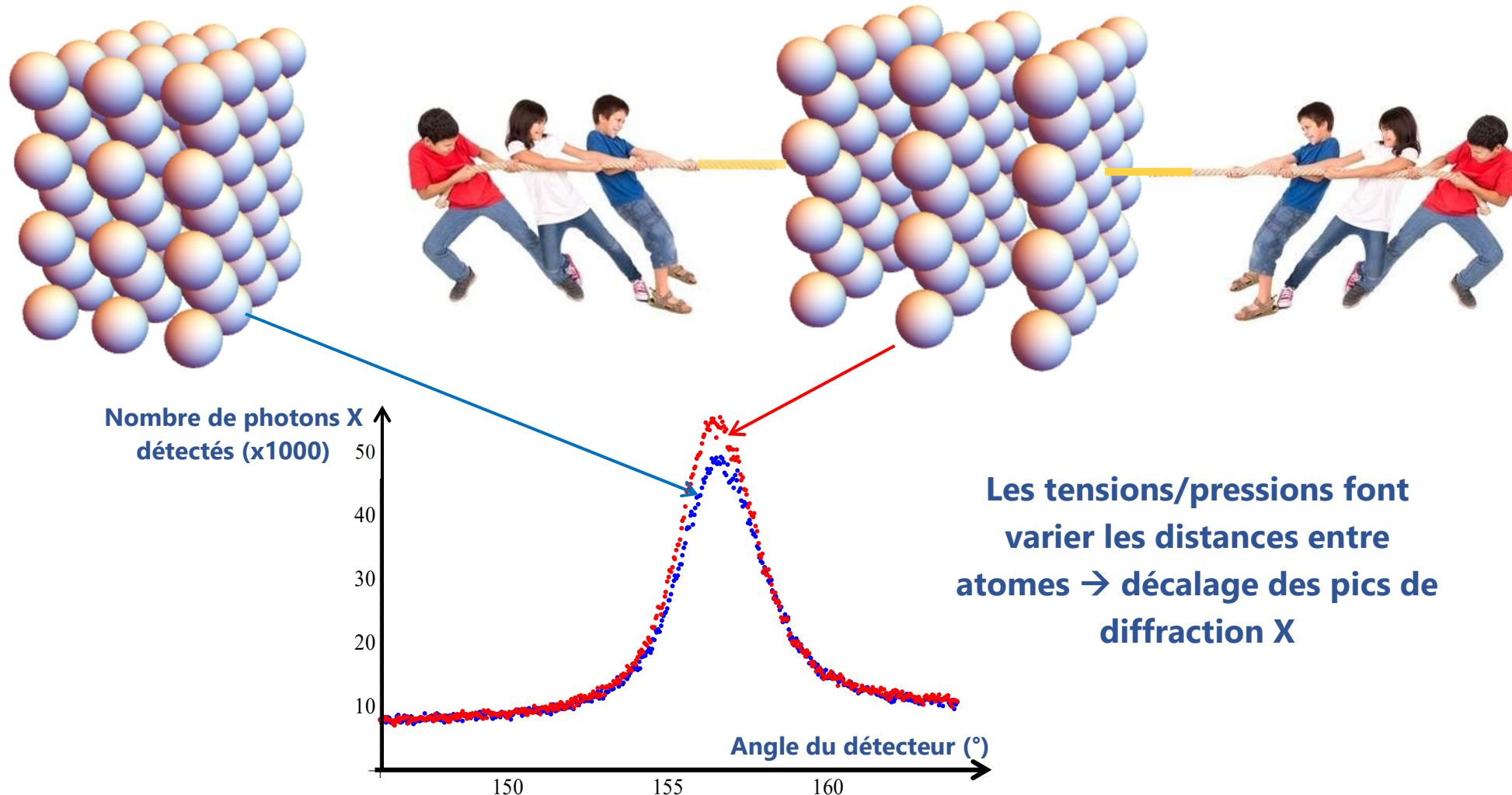


Déplacements en nm

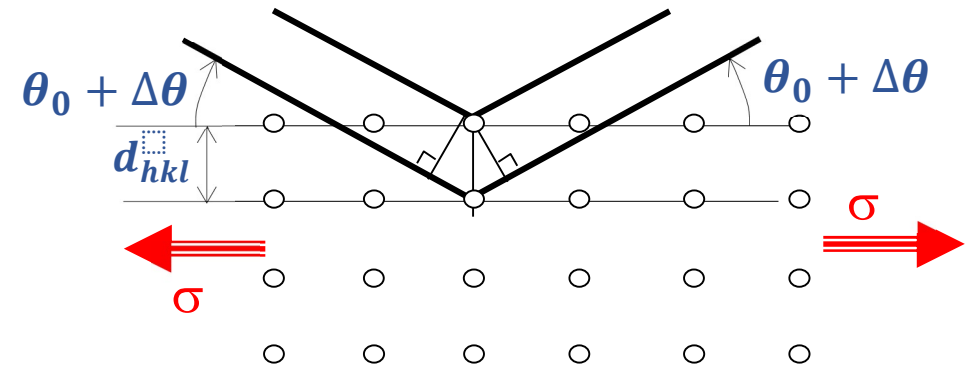
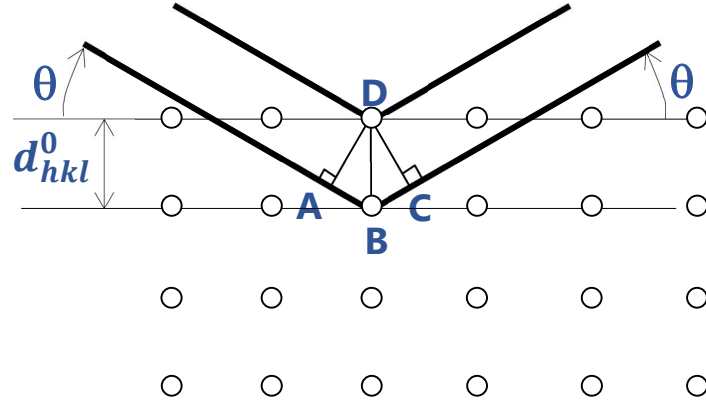
[Sabaté 2007]

# Diffraction des rayons X

La diffraction des rayons X permet de mesurer les distances entre atomes avec des précisions de l'ordre de  **$1/1000^{\text{ème}}$  du diamètre d'un atome**



Particules incidentes      Particules diffractées



**Sous l'effet d'une contrainte, les distances  $d_{hkl}$  entre plans atomiques varient**

Condition de Bragg : interférences constructives (pic de diffraction) si

$$2 d_{hkl} \sin \theta = n \lambda \quad (n \in \mathbb{Z})$$

Les particules peuvent être :

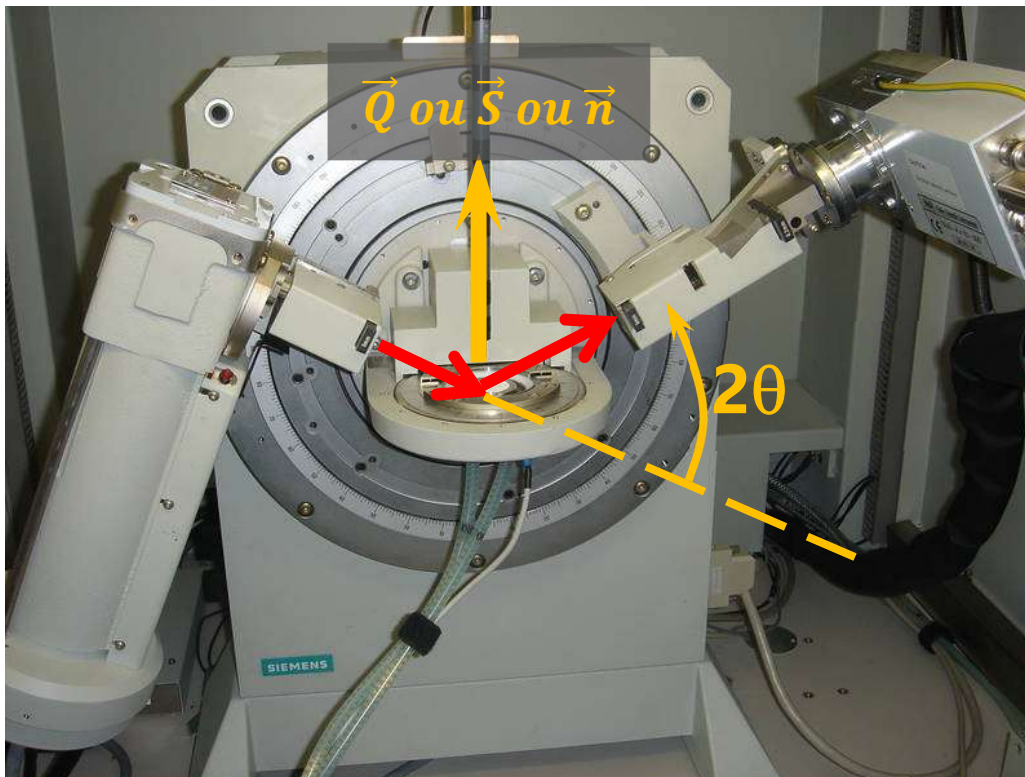
- des photons X (en laboratoire ou au synchrotron)
- des neutrons
- des électrons

Equation de De Broglie :

$$\lambda = \frac{h}{m v} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$\lambda$  : longueur d'onde des particules  $\rightarrow$  même ordre de grandeur que  $d_{hkl}$ .

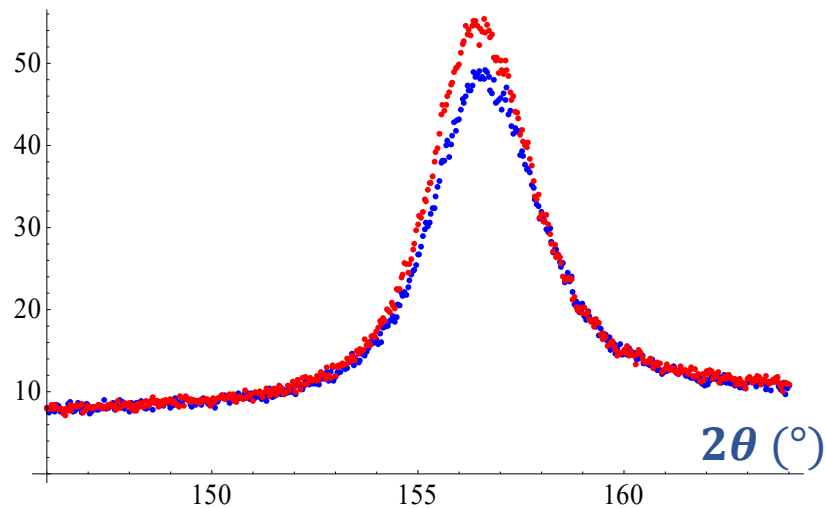
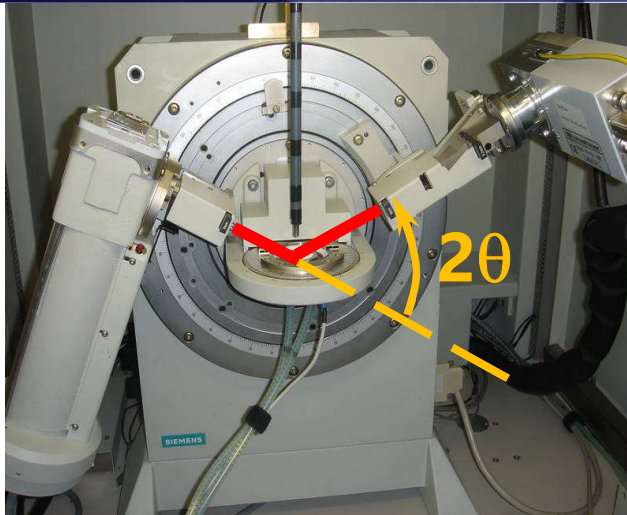
L'angle  $2\theta$  est mesuré par le goniomètre qui permet de tourner le détecteur par rapport à la source avec une précision de l'ordre de  $10^{-4}$  degré.



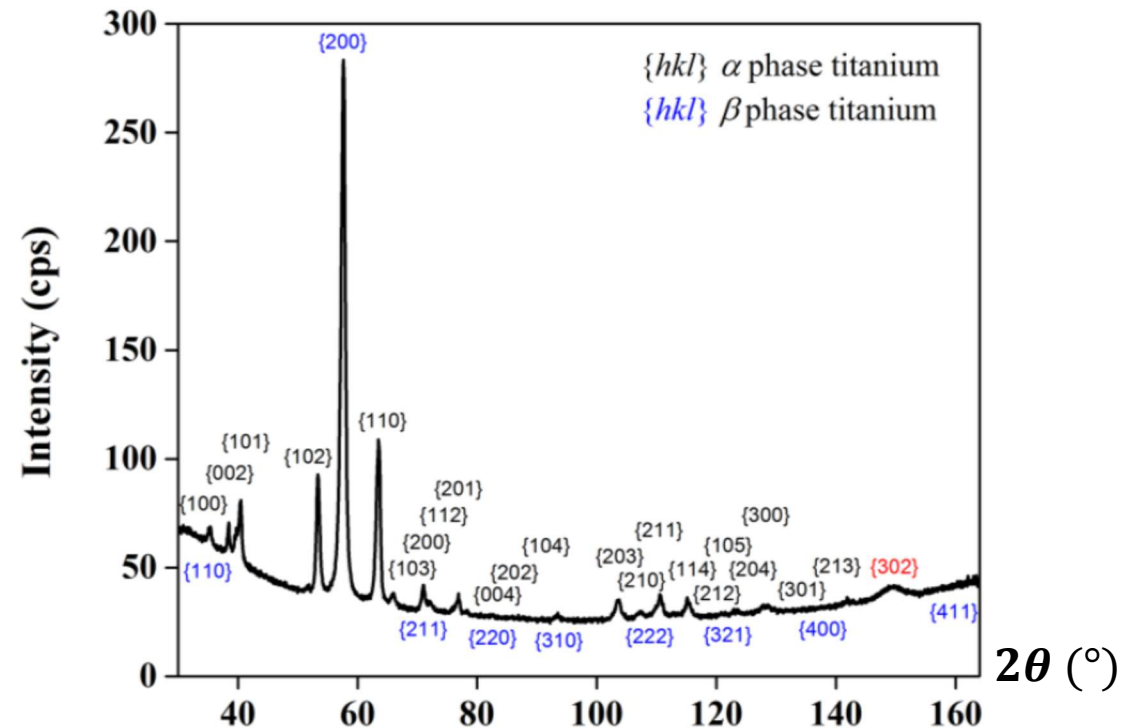
La **direction de mesure  $\vec{n}$**  de la déformation est définie par :

- La **bissectrice** faisceau incident et faisceau diffracté
- La **normale aux plans** cristallographiques qui diffractent

**Remarque : diffractomètre = {goniomètre+source RX + détecteur + porte-échantillon...}**



*Déplacement de pic (entre  $\Psi=0$  et  $\Psi=60^\circ$ ) pour une contrainte de 300 MPa dans un acier*

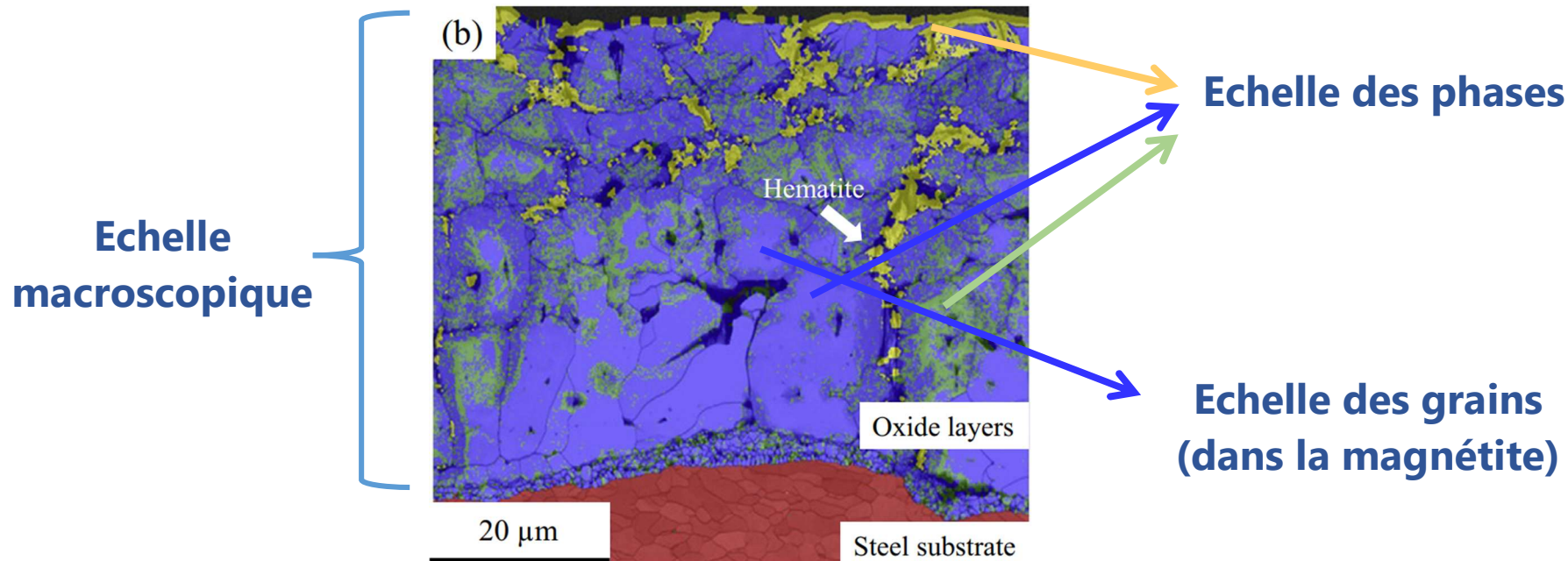


Choisir un pic, c'est :

- Choisir une phase cristalline
- Choisir un plan cristallin  $\{hkl\}$  et donc certaines cristallites

**L'extensométrie n'est pas macroscopique**

Acier microallié Nb-V-Ti oxydé à l'air à 900°C [Yu 2015]

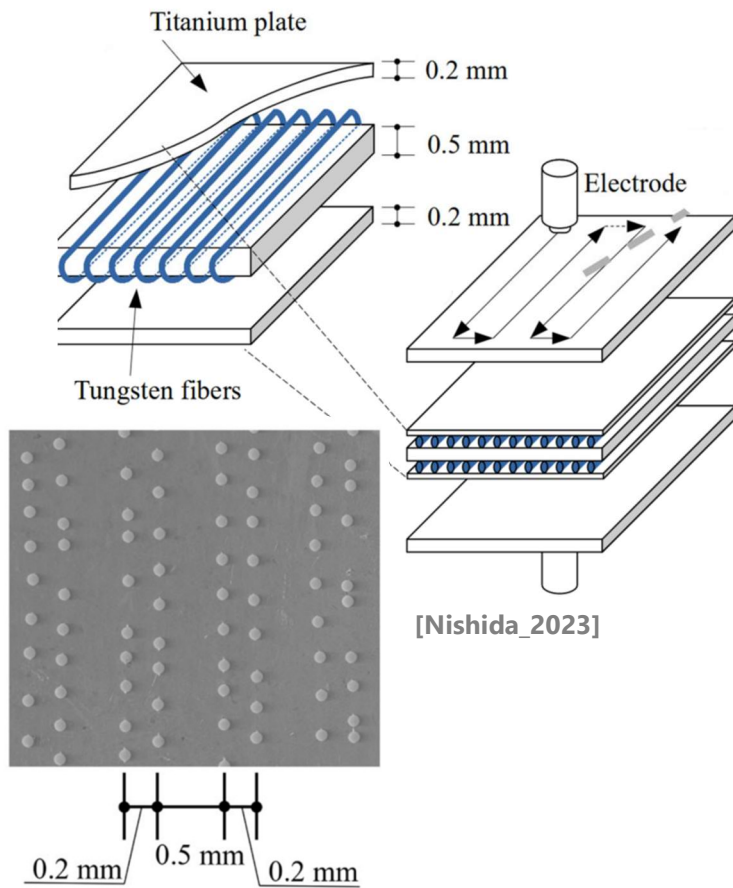


$$\sigma_{macro} = \frac{1}{V_{film}} \iiint_{V_{film}} \sigma dv = \langle \sigma_{phase i} \rangle_{toutes les phases}$$

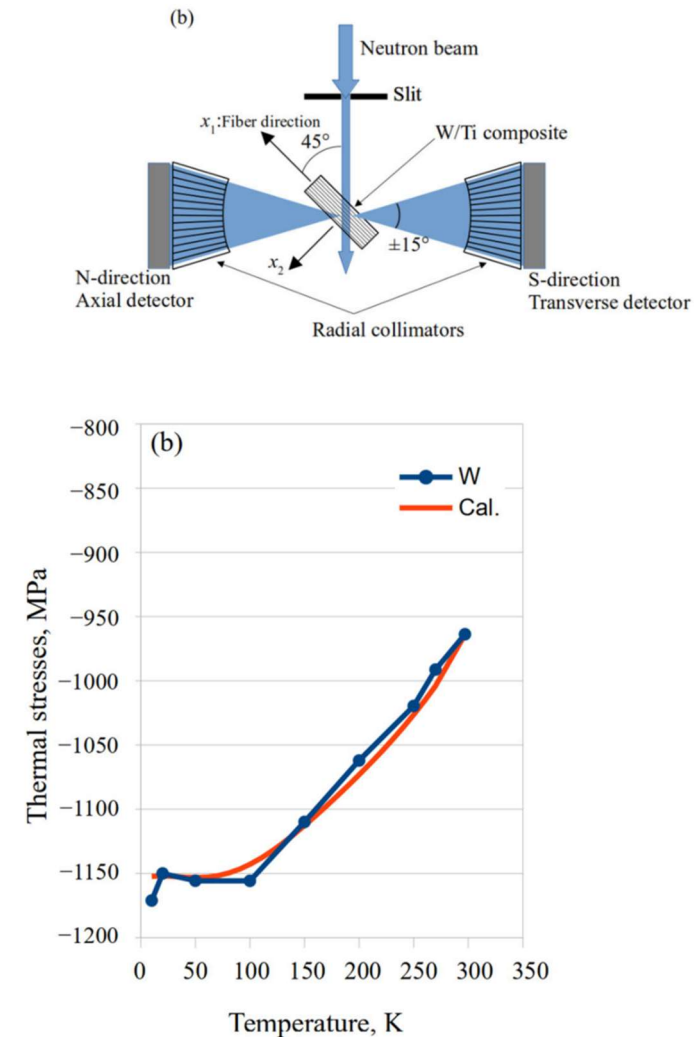
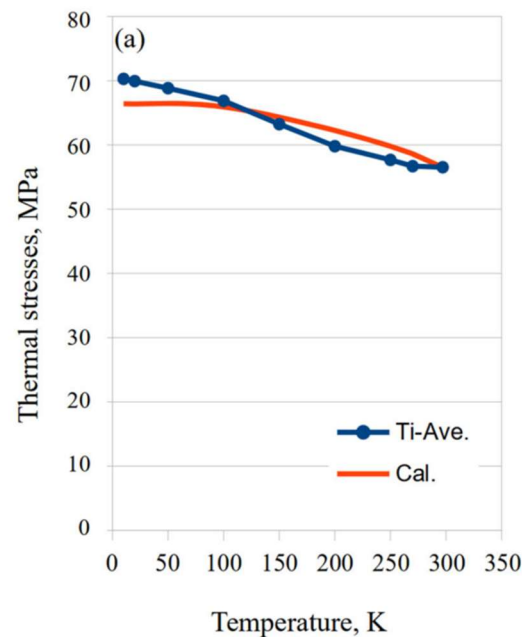
$$\sigma_{magnetite} = \frac{1}{V_{magnetite}} \iiint_{V_{magnetite}} \sigma dv = \langle \sigma_{grain j} \rangle_{tous les grains de magnetite}$$

## Composite titane + fibres de tungstène, diffraction de neutrons (ToF)

### Mesures in-situ en cryogénie de 10K à température ambiante



$$\langle \sigma \rangle = 0.05 \sigma_W + 0.95 \sigma_{Ti} = 0$$



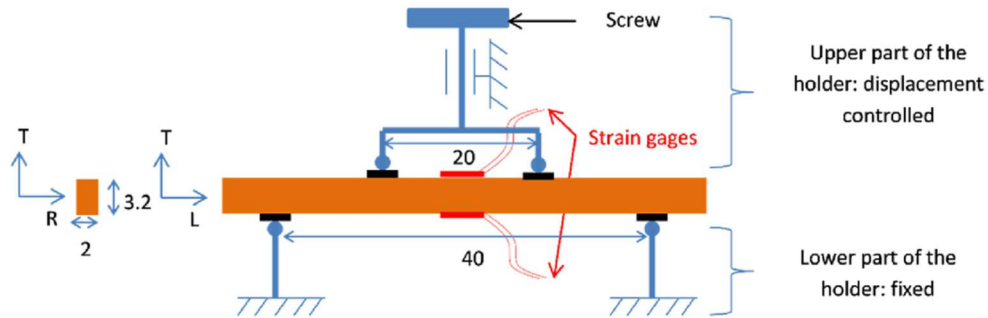
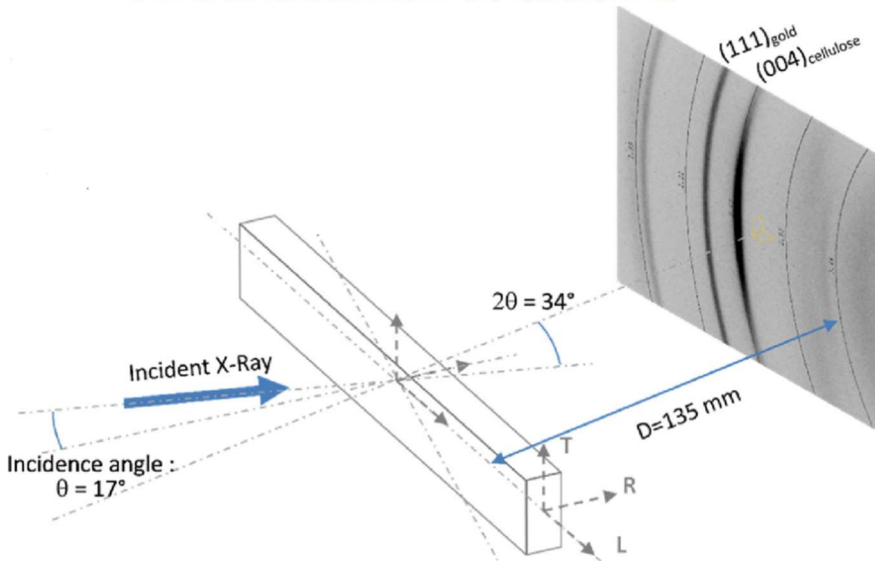
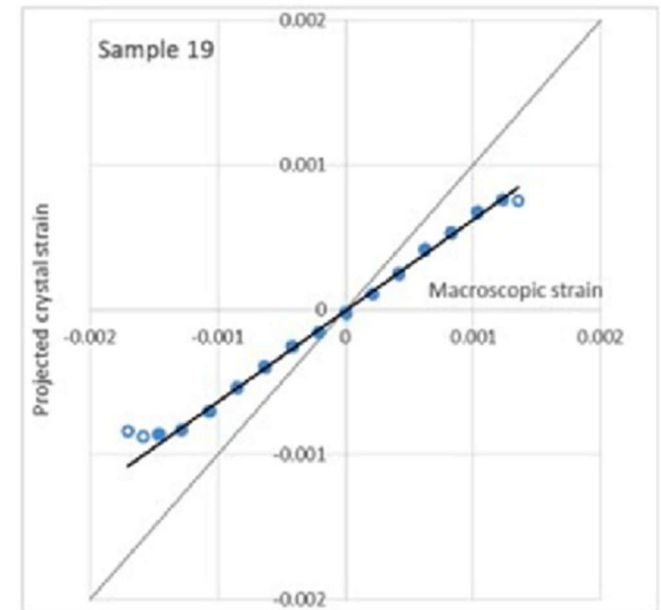


Fig. 1. Design of the bending device and specimen geometry (dimensions in mm).



$\text{CuK}\alpha$  ( $\lambda = 1.54 \text{ \AA}$ ) plan  $\{004\}$  de la cellulose,  $2\theta = 34^\circ$

Epicéa commun avec 6% d'humidité  
et saturé en humidité



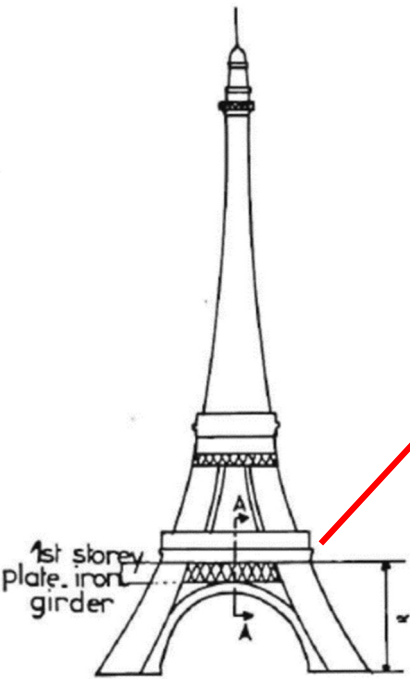
La différence entre  
déformation macro et DRX  
peut être attribuée aux phases  
autres que la cellulose

[Almeras 2017]



# Exemple : Tour Eiffel

Tour Eiffel, Janvier 1981, température 0°C, plate-forme située à 58 m du sol :



**9000 tonnes**



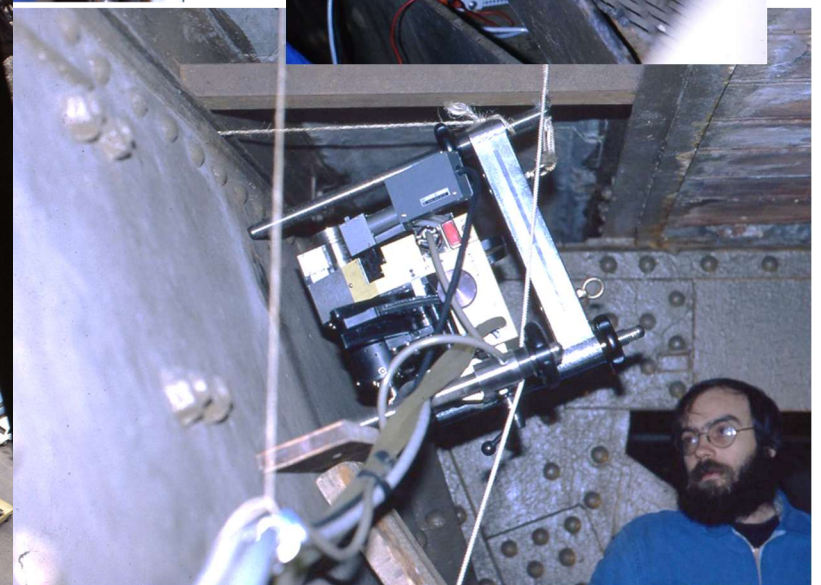
**11000 tonnes**



**10000 tonnes**

[Maeder 1984]

[Photos : G. Maeder]



- Propagation des ultrasons
  - Méthodes magnétiques
  - Photoélasticimétrie
  - Spectroscopie Raman
  - Courants de Foucault
  - Spectroscopie Mössbauer
  - Spectroscopie Brillouin
  - Piezospectroscopie / fluorescence optique
- 
- Thermographie infrarouge ?
  - Annihilation de positrons ?
  - Microscopie micro-onde à balayage ?

La plupart de ces méthodes reposent sur une réponse au 2<sup>ème</sup> ordre du matériau à un signal qui lui est envoyé :

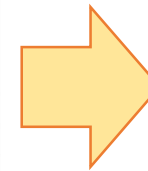
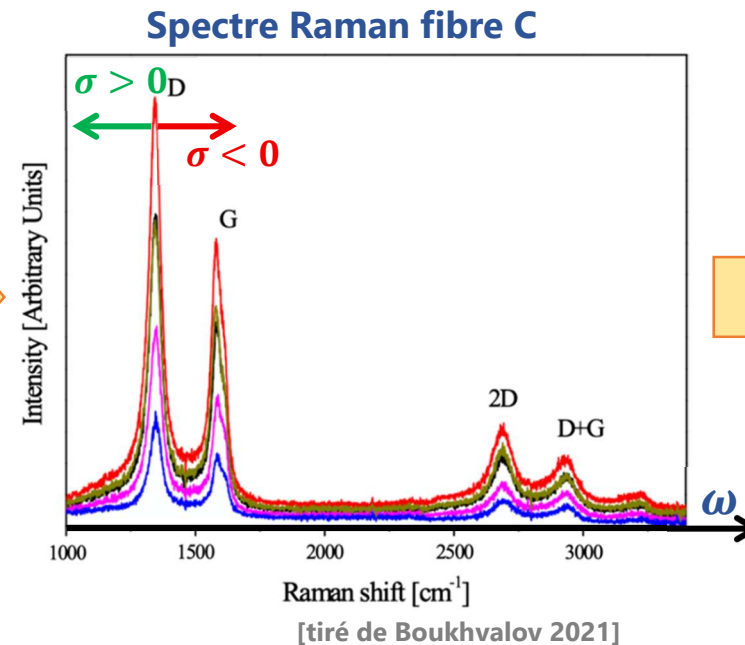
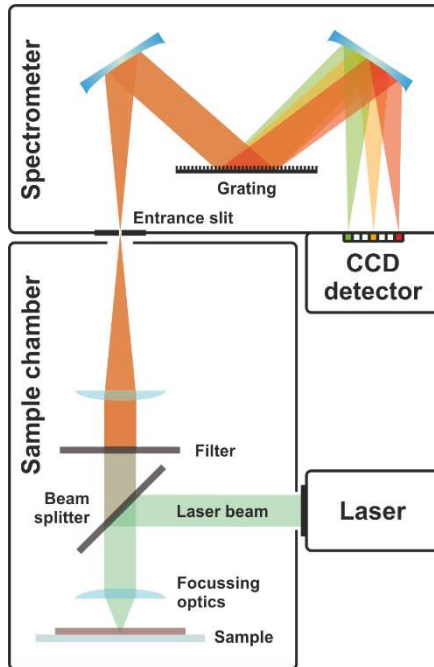
$$m(\sigma) = m_0 + \alpha \cdot \sigma + \beta \cdot \text{autres}$$

$m_0$  peut être une raie spectrale, une résonance, une conductivité...

« autres » peut être une composition chimique, la température, la texture cristalline, la taille des grains, l'écrouissage...

Exemples de difficultés rencontrées sur certaines méthodes :

- La relation n'est pas toujours linéaire
- Les effets autres peuvent être aussi (voire plus) importants que ceux des contraintes
- Les coefficients  $\alpha$  ne sont pas toujours bien connus
- Les théories physiques ne sont pas toujours bien assises
- Les composantes de contrainte ne sont pas toujours bien identifiées (composante ? invariant ?)



**Modes de vibration  
des molécules ou des  
mailles (phonons)**

[Toommm, Wikipedia, <https://w.wiki/FqYB>]

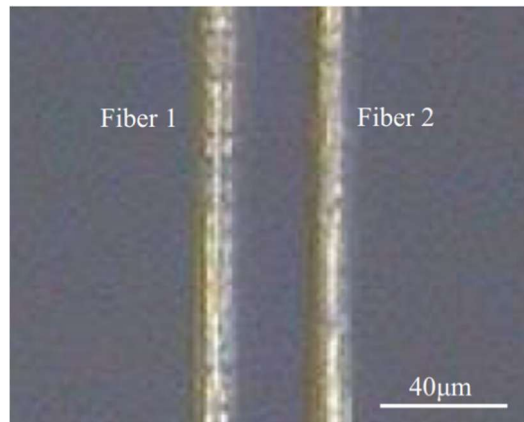
$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 = k \sigma$$

**Ex. Silicium  $k \approx 2.5 \text{ cm}^{-1}/\text{GPa}$ , Graphène  $k \approx 10 \text{ cm}^{-1}/\text{GPa}$**

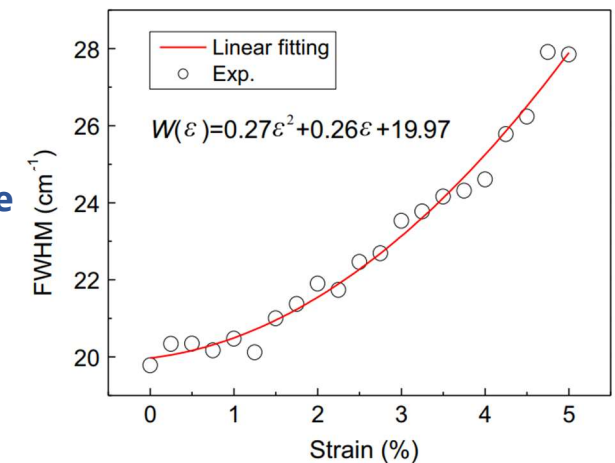
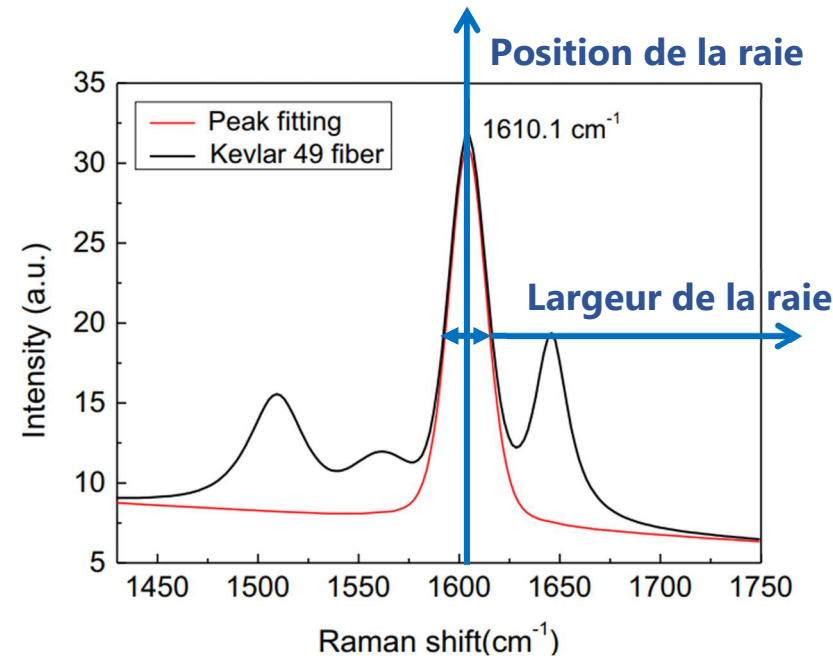
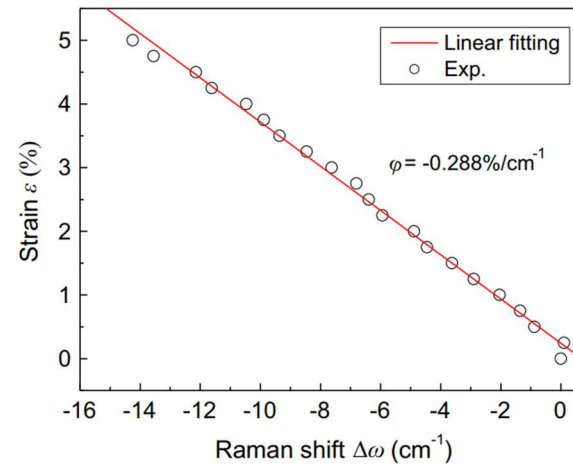
**Quelle composante ? Un faisceau polarisé peut permettre de distinguer certaines composantes.**

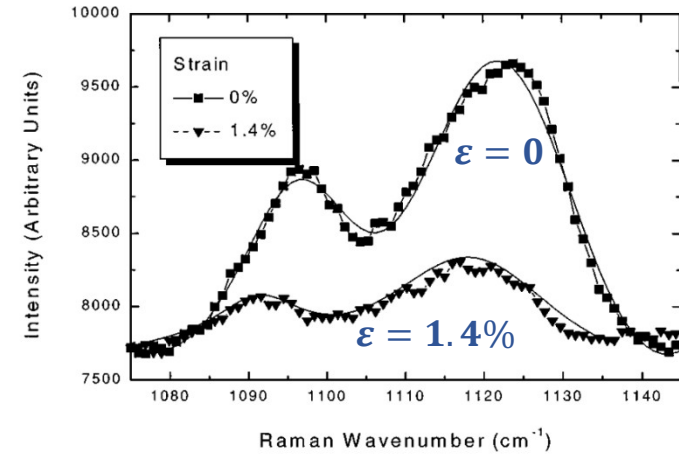
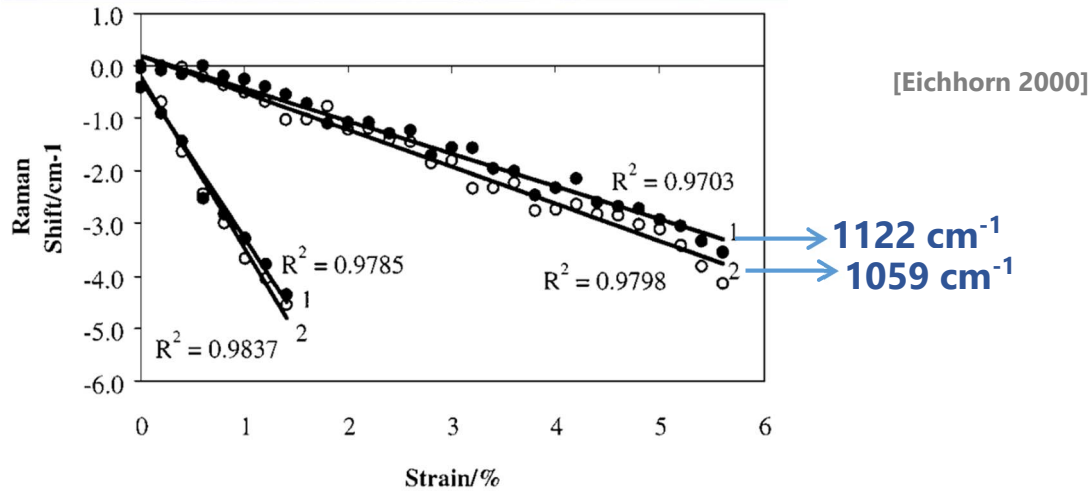
**Attention à la température  $\approx 0.02 - 0.05 \text{ cm}^{-1}/^\circ\text{C}$ . Excellente résolution spatiale**

## Exemple : fibres de Kevlar 49

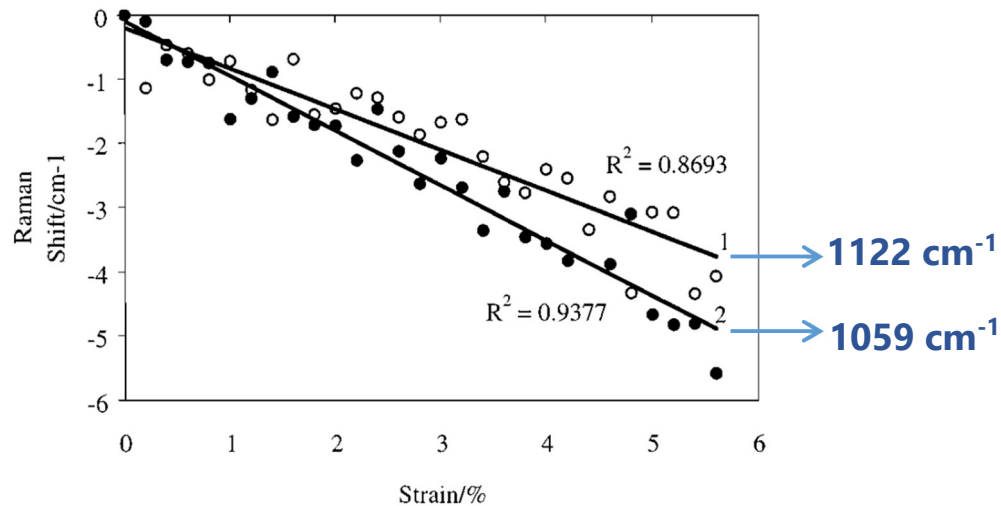


[Lei 2016]



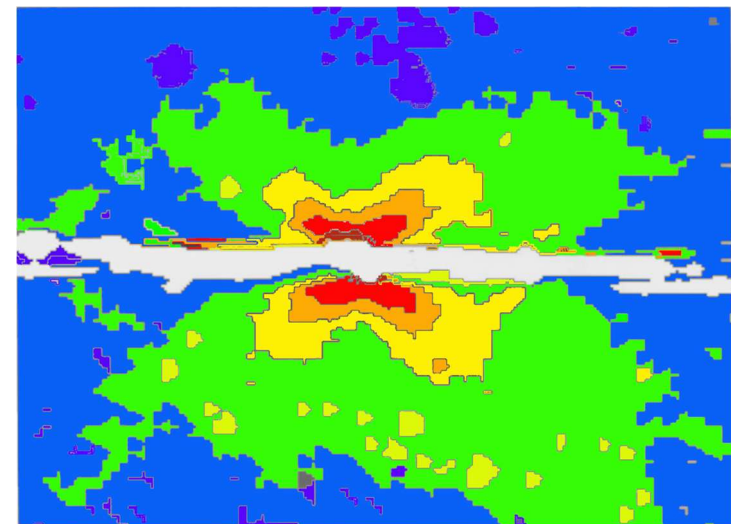


**Etalonnage sur 2 fibres de lin et 2 raies**



**Etalonnage sur 1 fibre de chanvre et 2 raies**

**Raies « ring » et mode extension de la liaison C-O de la cellulose**



**Carto Raman autour d'un défaut (en blanc) dans une fibre de lin**

## Les contraintes résiduelles :

- Sont présentes dans la quasi-**totalité** des solides (industriels ou naturels)
- Proviennent de **l'élaboration/traitement** du matériau et de la structure
- Constituent la réaction aux **incompatibilités des déformations inélastiques**
- Provoquent des **déformations** ou du flambage
- Provoquent des **ruptures** par fatigue, des fissurations
- Peuvent être calculées par des **modélisations**, généralement multiphysiques
- Peuvent être **mesurées** par diffraction, par méthodes mécaniques ou par corrélation avec des propriétés physiques

## Pour les problèmes de fatigue/fissuration :

- Les CR de **compression** sont généralement **favorables**
- Il existe des **procédés** permettant **d'introduire de la compression** : grenaillage, galetage, expansion à froid, choc laser, etc.

Rq : on n'a pas parlé des CR et des fibres de Bragg (FBG)

- [Alméras 2017] T. Alméras, A. Gronvold, A. van der Lee, B. Clair, C. Montero, Contribution of cellulose to the moisture-dependent elastic behaviour of wood, *Composites Science and Technology* 138 (2017) 151-160, <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2016.11.025>
- [Almeras 2019] T. Alméras, A. Petrova, L. Kozlova, J. Gril, T. Gorshkova, Evidence and quantitative evaluation of tensile maturation strain in flax phloem through longitudinal splitting, *Botany* 00: 1–11 (0000) [dx.doi.org/10.1139/cjb-2019-0021](http://dx.doi.org/10.1139/cjb-2019-0021)
- [Almeras 2020] T. Alméras, B. Clair, D. Jullien, M. Fournier, J. Gril, *Les contraintes résiduelles dans le matériaux du vivant : exemple des tiges végétales*, Aussois, 2020.
- [Bai 2025] H. Bai, Z. Wang, Y. Zhao, L. An, Asymmetry tension/compression relaxation of residual stress contributes to delay transverse failure in vitrimer composites, *Composites Part B* 307 (2025) 112874, <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2025.112874>
- [Boukhvalov 2021] D. W. Boukhvalov, I. S. Zhidkov, A. Kiryakov, J. L. Menéndez, L. Fernández García, A. I. Kukhareenko, S. O. Cholakh, A. F. Zatsepin, E. Z. Kurmaev. Unveiling the Atomic and Electronic Structure of Stacked-Cup Carbon Nanofibers, *Nanoscale Res Lett* (2021) 16:153, <https://doi.org/10.1186/s11671-021-03595-y>
- [Brinksmeier 1982] E. Brinksmeier, J. T. Cammett, W. Konig, P. Leskovar, J. Peters, H. K. Tonshoff, Residual Stresses - Measurement and Causes in Machining Processes, *Annals of the CIRP Vol.31/2/1982*, 491-510
- [Brunet 2022] J. Brunet, B. Pierrat, J. Adrien, E. Maire, B. A. Lane, N. Curt, A. Bravin, N. Laroche, P. Badel, In situ visualization of aortic dissection propagation in notched rabbit aorta using synchrotron X-ray tomography, *Acta Biomaterialia* 155 (2023) 449–460, <https://doi.org/10.1016/j.actbio.2022.10.060>
- [Cassens 2004] D.L Cassens, J.R. Serrano, Growth Stress in Hardwood Timber, *Proceedings of the 14th Central Hardwood Forest Conference GTR-NE-316*, 2004.
- [Eichhorn 2000] S. Eichhorn, M. Hughes, R. Snell, L. Mott, Strain induced shifts in the Raman spectra of natural cellulose fibers, *J. of Mat. Science Letters*, 19 (2000) 721-723

- [Hayashi 1991] K. Hayashi, Residual Stress in living materials, Proc. 3rd International Conference on Residual Stresses, 1991
- [Holzapfel 2007] G. A. Holzapfel, T. C. Gasser, Computational stress-deformation analysis of arterial walls including high-pressure response, International Journal of Cardiology 116 (2007) 78–85, doi:10.1016/j.ijcard.2006.03.033
- [Jacquot 1997] T. Jacquot, Caractérisation de l'endommagement des aciers pour emballage par diffraction des rayons X, Thèse de doctorat, Université de Nantes, 1997
- [Legrand 2015] V. Legrand, L. TranVan, F. Jacquemin, P. Casari, Moisture-uptake induced internal stresses in balsa core sandwich composite plate: Modeling and experimental, Composite Structures 119 (2015) 355–364, <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.09.012>
- [Lei 2016] Z. Lei, Y. Wang, F. Qin, W. Qiu, R. Bai, X. Chen, Multi-fiber strains measured by micro-Raman spectroscopy: Principles and experiments, Optics and Lasers in Engineering 77 (2016) 8–17, <http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2015.07.005>
- [MacKenzie 2020] S. MacKenzie, Quenching Aluminum for Residual Stress and Distortion Control, HTM J. Heat Treatm. Mat. 75 (2020) 1, 23–34, DOI:10.3139/105.110401
- [Maeder 1984] G. Maeder, J.L. Lebrun, Stress measurements on the Eiffel Tower, Bulletin Technique du Bureau Veritas, juillet 1984, 220–224
- [Merkani 2022] M.S. Merkani, Gh. Faraji, Gh., Thermo-Mechanical Analysis of Wire Drawing of Copper with PCD die: FEM Study, Journal of Advanced Materials and Processing, 10, 3 (2022) 45–58. Doi: 20.1001.1.2322388.2022.10.3.5.2
- [Mesnier 2011] N. Mesnier, Biomécanique de la croissance de la plaque d'athérosclérose : contribution à l'étude des contraintes résiduelles, Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2011.
- [Nishida 2023] M. Nishida, S. Harjo, T. Kawasaki, T. Yamashita, W. Gong, Neutron Stress Measurement of W/Ti Composite in Cryogenic Temperatures Using Time of Flight Method, Quantum Beam Sci. 2023, 7, 8. <https://doi.org/10.3390/qubs7010008>
- [Okuyama 1991] T. Okuyama, H. Yamamoto, Residual Stresses in Living Tree, Proc. 3rd International Conference on Residual Stresses, 1991
- [Olson 2015] M.D. Olson, A.T. DeWald, M.B. Prime, M.R. Hill, 2015, Estimation of Uncertainty for Contour Method Residual Stress Measurements, Experimental Mechanics, 55(3), 577–585 DOI: 10.1007/s11340-014-9971-2

- [Pagliaro 2009] P. Pagliaro, M.B. Prime, B. Clausen, M.L. Lovato, B. Zuccarello, Known residual stress specimens using opposed indentation, *J. Eng. Mat. Technol.*, 131, 031002 (2009)
- [Sabaté 2007] N. Sabate, D. Vogel, J. Keller, A. Gollhardt, J. Marcos, I. Gràcia, C. Cané, B. Michel, FIB-based technique for stress characterization on thin films for reliability purposes, *Microelectronic Engineering* 84 (2007) 1783–1787, doi:10.1016/j.mee.2007.01.272
- [Schajer 2013] *Practical Residual Stress Measurement Methods*, John Wiley and Sons, 2013
- [Sicot 2004] O. Sicot, X.L. Gong, A. Cherouat, J. Lu, Influence of experimental parameters on determination of residual stress using the incremental hole-drilling method, *Composites Science and Technology* 64 (2004) 171–180, doi:10.1016/S0266-3538(03)00278-1
- [Song 2011] X. Song, K.B. Yeap, J. Zhu, J. Belnoue, M. Sebastiani, E. Bemporad, K.Y. Zeng, A. M. Korsunsky, *Procedia Engineering* 10 (2011) 2190–2195, doi:10.1016/j.proeng.2011.04.362
- [Tremi 2016] A.E. Tremi, R.F. Gouvêa, R.C.M. Sales, M.V. Donadon, M.Y. Shiino, J.D. Bressan, Anti-symmetrical curved composite laminate subject to delamination induced by thermal cycling, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 00 (2016) 1–14, doi: 10.1111/ffe.12565
- [Vinod 2023] A. Vinod, M.R. Sanjay, Suchart Siengchin, Recently explored natural cellulosic plant fibers 2018–2022: A potential raw material resource for lightweight composites, *Industrial Crops & Products* 192 (2023) 116099, <https://doi.org/10.1016/j.indcrop.2022.116099>
- [Wu 2020] Q. Wu, N.P. Xue, Y.D. Zhang, H.J. Gao, J. Wu, A prediction model of the extrusion deformation with residual stress on 6063 aluminum alloy aeronautical plate considering different extrusion parameters *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* (2020) 107:1671–1681, <https://doi.org/10.1007/s00170-020-05102-6>
- [Yu 2015] X. Yu, Z. Jiang, J. Zhao, D. Wei, C. Zhou, Q. Huang, Microstructure and microtexture evolutions of deformed oxide layers on a hot-rolled microalloyed steel, *Corrosion Science* 90 (2015) 140–152