

# Contraintes résiduelles

**GDR CNRS FIBMAT 2139, novembre 2025**

[manuel.francois@utt.fr](mailto:manuel.francois@utt.fr)

**Université de Technologie de Troyes, Laboratoire LASMIS**

L'utilisation du présent document est régie par une licence Creative Commons autorisant gratuitement sa reproduction et sa diffusion sous certaines conditions : BY : attribution à l'auteur / NC : pas d'utilisation commerciale / ND : pas de modification

Les illustrations tirées de la bibliographie et d'Internet restent la propriété de leurs auteurs

# Objectifs et plan du cours

**Fournir des éléments théoriques et expérimentaux sur les contraintes résiduelles (CR)**

- Que sont les contraintes résiduelles ?
- D'où viennent-elles ? Notion d'eigenstrain
- Quelles sont leurs conséquences ?
- Comment peut-on les déterminer ?

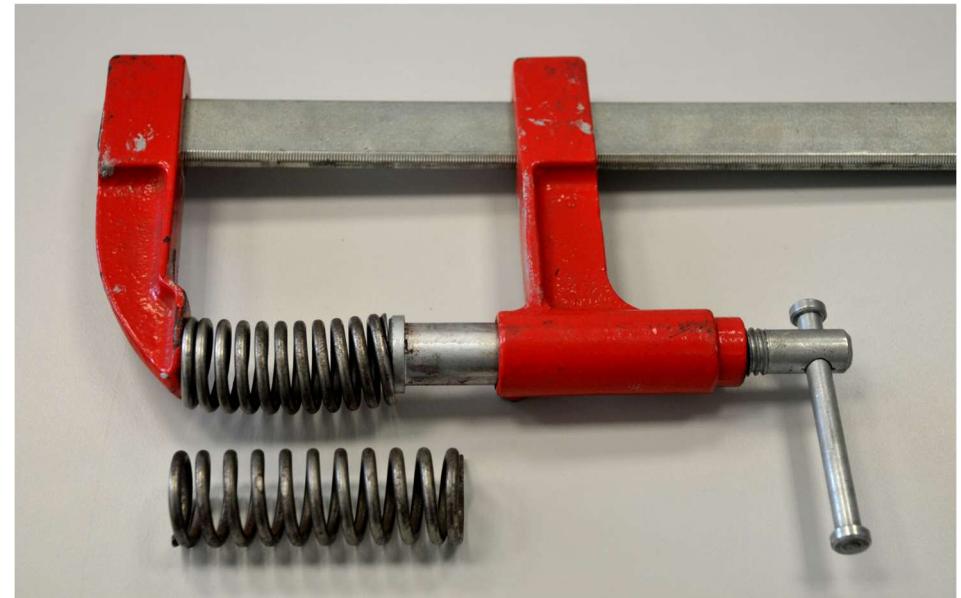
# Que sont les contraintes résiduelles (CR) ?

# Que sont les contraintes résiduelles ?

**Ce sont des contraintes subsistant au sein d'une pièce en l'absence de toute sollicitation extérieure**

**Conséquence :**

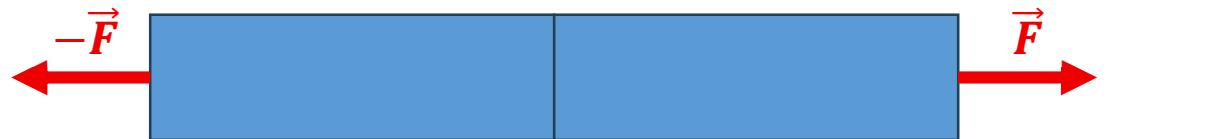
**Le champ de contraintes résiduelles est autoéquilibré : les parties en traction maintiennent les parties en compression et réciproquement**



Crédits photographiques : M. François

# Autoéquilibre

Equilibre d'une poutre :



$$F - F = 0$$



$$\int_S \sigma dS - F = N - F = 0 \rightarrow \sigma = \frac{N}{S} = \frac{F}{S}$$

Autoéquilibre d'une poutre avec des CR :



Que se passe-t-il sur une section du solide ?

# Autoéquilibre



Les contraintes résiduelles doivent être **auto-équilibrées** sur toute section du solide

Sur une poutre :

$$N = \iint_S \sigma_{xx} dS = 0 \quad \mathcal{M}_{fy} = \iint_S z \sigma_{xx} dS = 0 \quad \mathcal{M}_{fz} = \iint_S y \sigma_{xx} dS = 0$$

Plus généralement :

$$\iint_S \bar{\sigma} \cdot d\vec{S} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \iint_S \vec{r} \wedge \bar{\sigma} \cdot d\vec{S} = \vec{0}$$

Toute perturbation entraîne nécessairement un **rééquilibrage**

# Pourquoi s'intéresser aux CR ?

Les contraintes résiduelles ont une influence sur :

- Les propriétés mécaniques statiques des matériaux
- La fatigue, la fissuration
- La stabilité géométrique des composants
- La réactivité chimique des surfaces (corrosion, oxydation...)
- Les propriétés optiques et électromagnétiques
- Les propriétés thermodynamiques (fusion, transformation de phase...)
- La croissance des tissus vivants
- ...

Donc un peu sur tout !!



Déformation d'un composite carbone epoxy AS4/8552 [90<sub>2,0</sub>]  
[Tremli 2016]

# D'où viennent les contraintes résiduelles ?

# Déformations inélastiques

Les **déformations élastiques** sont des déformations réversibles. Elles sont liées aux contraintes via la **loi de Hooke**.

Il existe des **déformations inélastiques** liées à différents phénomènes physiques :

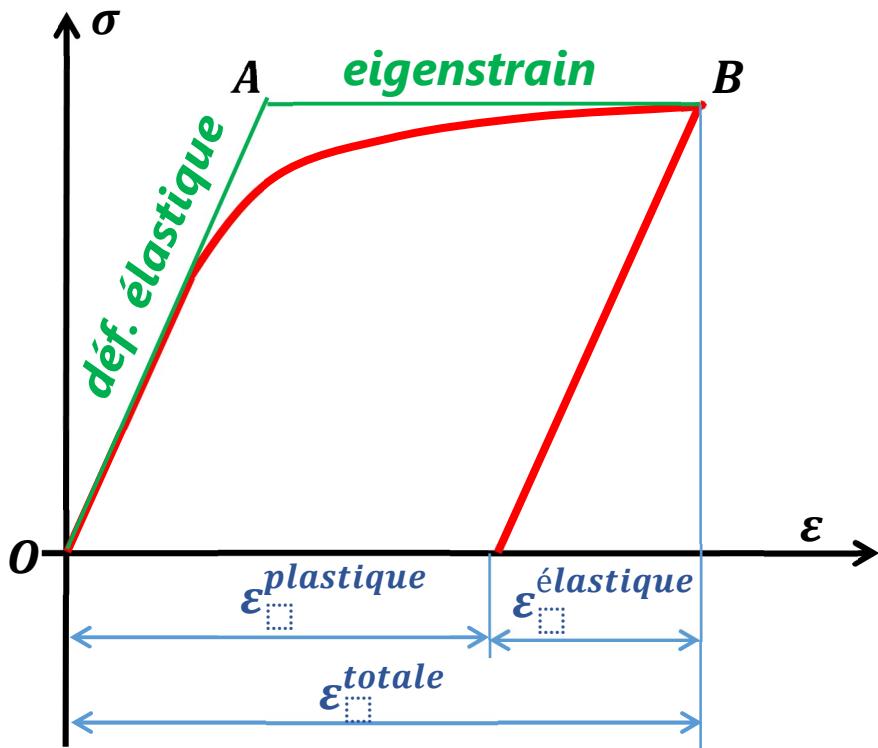
- Plasticité
- Dilatation / contraction thermique
- Transformations de phase, polymérisation
- Oxydation, solution solide, diffusion
- Dilatation hygroscopique
- Gonflement par irradiation
- Electromigration
- Croissance de tissus vivants
- ...

Dans le cas de petites déformations, on peut considérer que toutes ces déformations s'additionnent :

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}^e + \bar{\varepsilon}^p + \bar{\varepsilon}^\theta + \bar{\varepsilon}^\varphi + \dots$$

# Notion d'eigenstrain

Une déformation « libre de contrainte » ou « eigenstrain » permet de décrire un état mécanique en simplifiant le processus physique



De O à A, le comportement est élastique  
De A à B, la contrainte reste constante

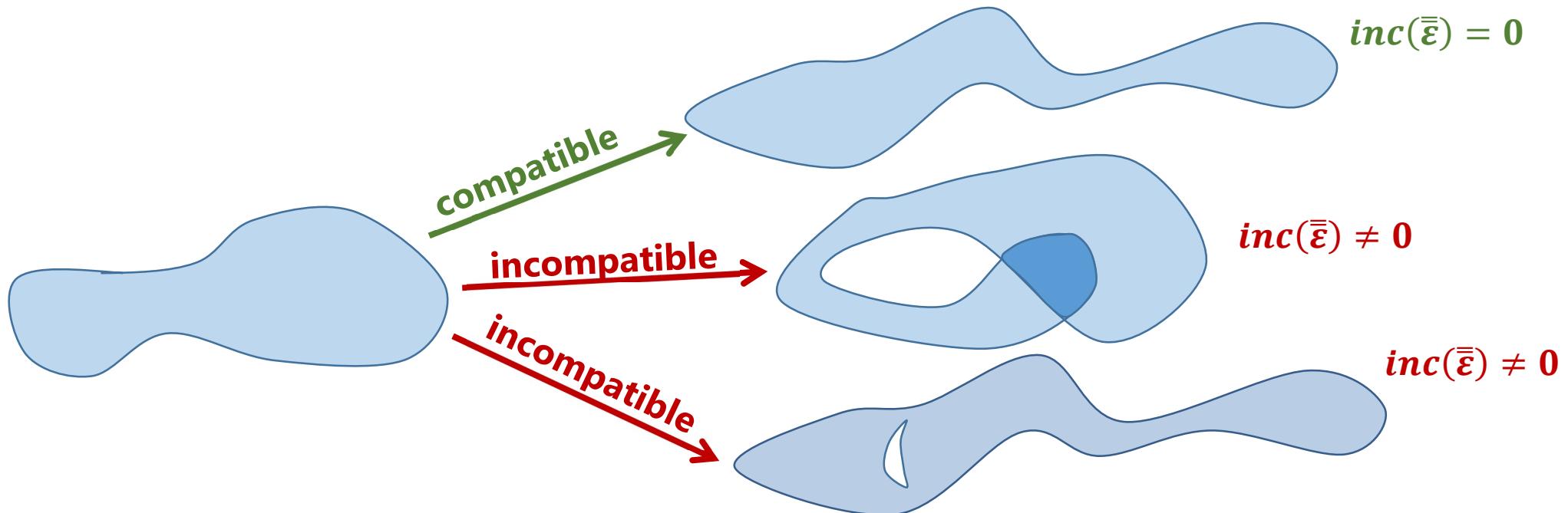
Une déformation inélastique peut être décrite par une eigenstrain

Si elle est libre de contrainte, comment peut-elle induire des contraintes résiduelles ?

# Compatibilité des déformations

Une déformation incompatible peut se traduire par :

- une discontinuité (fissure, porosité...)
- une superposition de matière (physiquement impossible)



Les **déformations inélastiques (eigenstrains)** ne sont pas nécessairement compatibles, elles sont même généralement **incompatibles**

→ Les **contraintes résiduelles** apparaissent pour rétablir la **compatibilité**

# Et concrètement ?

Exemple : éponge à vaisselle avec grattoir

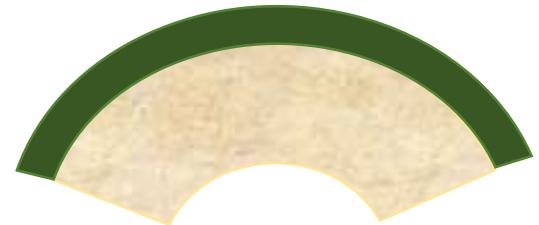


Etat initial mouillé



Après séchage :  
Contraction de la partie éponge  
(déformation hygroscopique)

Incompatibilité



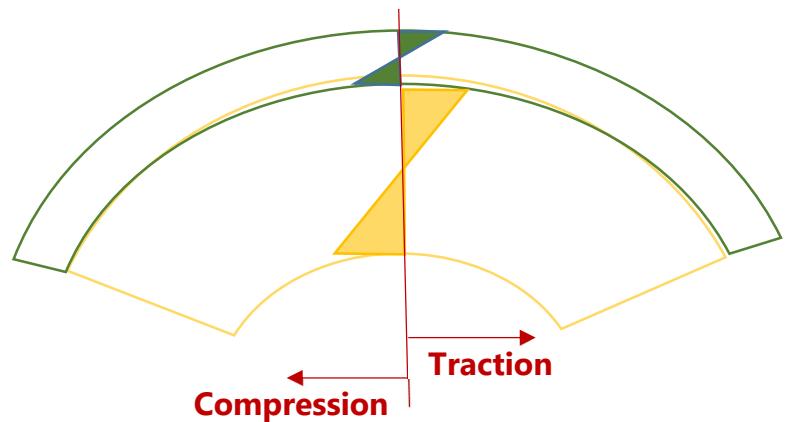
Solution :  
Introduction de **CR de flexion**  
→ compatibilité rétablie



[Photo M. François]

→ Cas des revêtements (PVD, CVD, proj. thermique, cold spray...)

→ Mesure de la courbure → méthode de Stoney



➔ vidéos

# Equations de compatibilité

**On peut passer d'un champ de déplacement à un champ de déformation pourvu que certaines conditions mathématiques soient remplies :**

**Des déplacements aux déformations :**

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{soit} \quad \bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T)$$

**Pour faire ce calcul, il suffit que le champ de déplacement soit de classe  $C_1$  ce qui permet de calculer les dérivées**

**Des déformations aux déplacements :**

$$\vec{u} \text{ tel que } \bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T)$$

**La solution n'existe que si le champ de déformation satisfait aux équations de compatibilité**

# Equations de compatibilité

**En coordonnées cartésiennes, elles s'écrivent :**

$$2 \partial_{yz}\varepsilon_{yz} - \partial_{zz}\varepsilon_{yy} - \partial_{yy}\varepsilon_{zz} = 0$$

$$2 \partial_{zx}\varepsilon_{zx} - \partial_{xx}\varepsilon_{zz} - \partial_{zz}\varepsilon_{xx} = 0$$

$$2 \partial_{xy}\varepsilon_{xy} - \partial_{yy}\varepsilon_{xx} - \partial_{xx}\varepsilon_{yy} = 0$$

$$\partial_{xy}\varepsilon_{zz} + \partial_{zz}\varepsilon_{xy} - \partial_{zx}\varepsilon_{yz} - \partial_{zy}\varepsilon_{zx} = 0$$

$$\partial_{yz}\varepsilon_{xx} + \partial_{xx}\varepsilon_{yz} - \partial_{xy}\varepsilon_{zx} - \partial_{xz}\varepsilon_{xy} = 0$$

$$\partial_{zx}\varepsilon_{yy} + \partial_{yy}\varepsilon_{zx} - \partial_{yz}\varepsilon_{xy} - \partial_{yx}\varepsilon_{yz} = 0$$

**On peut noter cela de manière symbolique (sous forme d'un opérateur) :**

$$Inc(\bar{\varepsilon}) = 0$$

**Si  $Inc(\bar{\varepsilon}) \neq 0$  on dit que la déformation est incompatible → contraintes résiduelles**

# Mécanisme de création des CR

Si un procédé (usinage, soudage, trempe, grenaillage...) introduit des déformations inélastiques  $\bar{\varepsilon}^L$ , cela conduit à des CR si ces déformations sont incompatibles :

$$inc(\bar{\varepsilon}^L) \neq 0$$

$$\xrightarrow{inc(\bar{\varepsilon}) = 0}$$

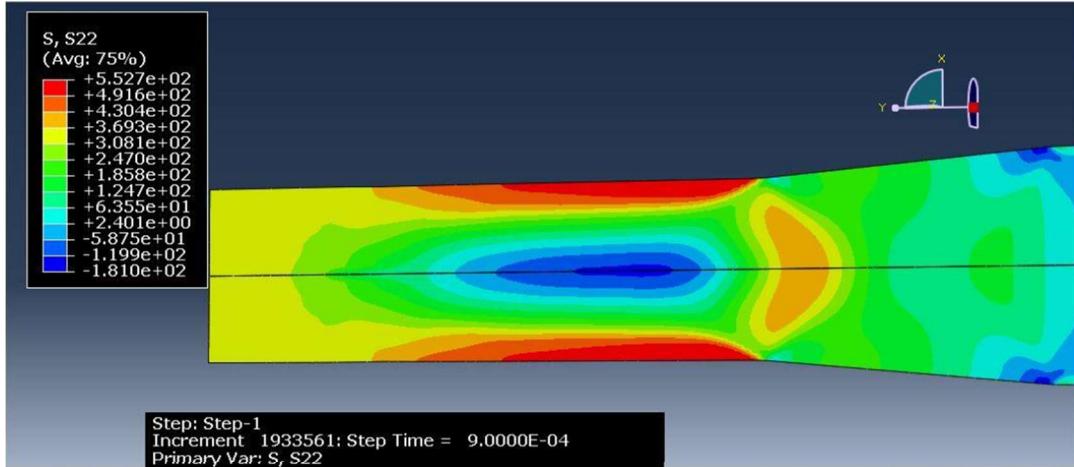
$$inc(\bar{\varepsilon}^L + \bar{\varepsilon}^e) = inc(\bar{\varepsilon}^L + \tilde{\mathbf{C}}^{-1} : \bar{\sigma}^R) = 0$$

Cette équation permet de calculer les eigenstrains connaissant les contraintes résiduelles et réciproquement.

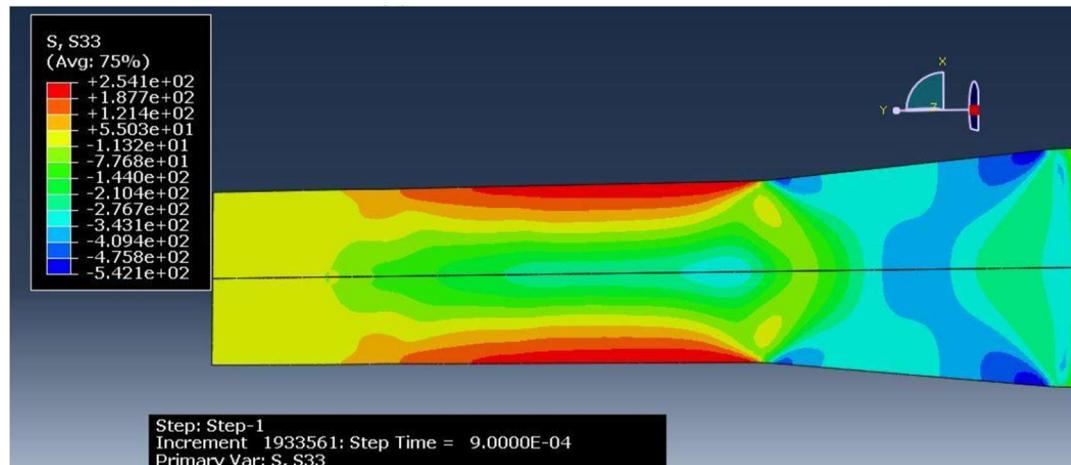
Remarque : les incompatibilités peuvent être relaxées par la fissuration ou bien des mécanismes inélastiques → plus compliqué.

# Incompatibilité de gradient

## Contraintes axiales (MPa)



## Contraintes circonférentielles



## Tréfilage du cuivre [Merkani 2022]

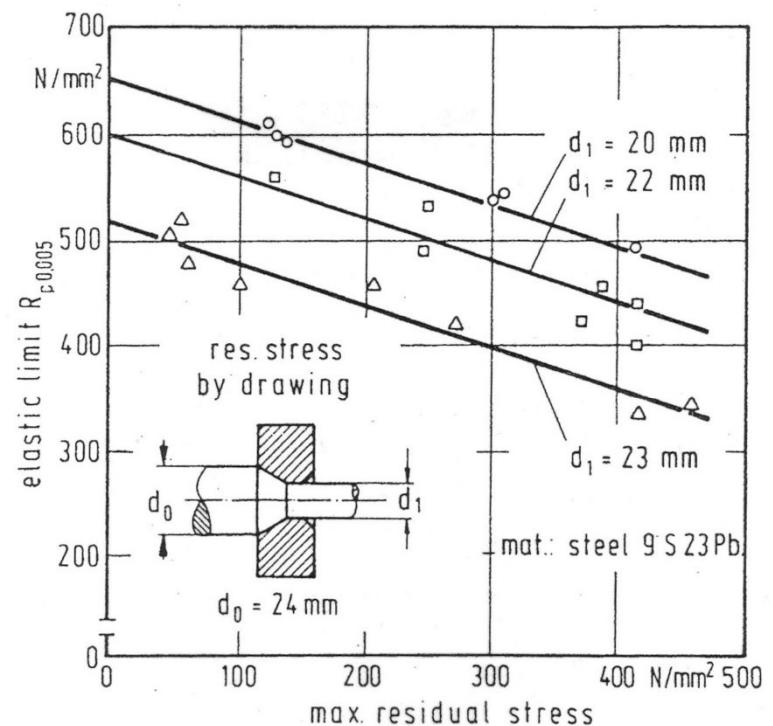
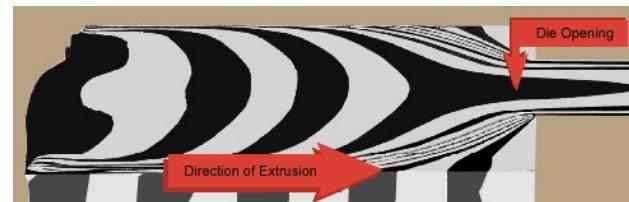


Fig. 4: Elastic limit dependent of residual stresses

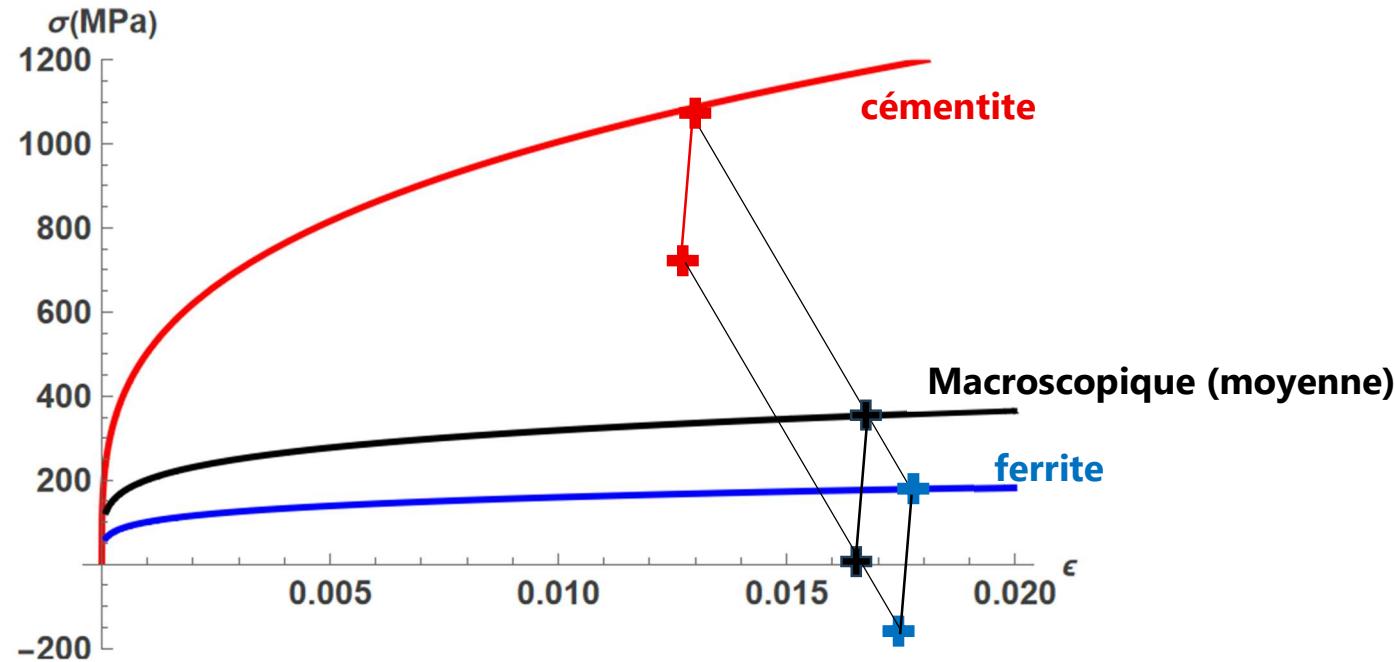
[Brinksmeier 1982]



# Incompatibilité d'hétérogénéité

L'incompatibilité provient de différences de comportements

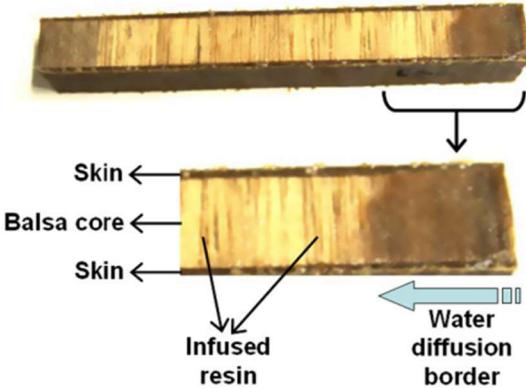
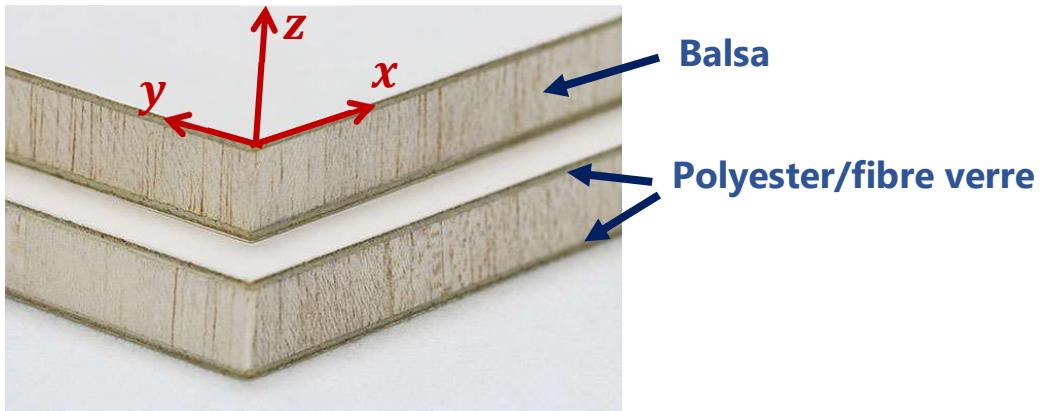
Exemple Steelcord, fil d'acier perlitique Ø180 µm (schématique)



Après décharge, la ferrite est en compression, la cémentite en traction (contrainte macro nulle)

En pratique, gradient et hétérogénéité sont souvent simultanés

# Exemple : panneaux sandwich



Si les champs ne dépendent que de  $z$  et que  $x \cong y$  :

$$2 \partial_{yz} \varepsilon_{yz} - \partial_{zz} \varepsilon_{yy} - \partial_{yy} \varepsilon_{zz} = 0$$

$$2 \partial_{zx} \varepsilon_{zx} - \partial_{xx} \varepsilon_{zz} - \partial_{zz} \varepsilon_{xx} = 0$$

$$2 \partial_{xy} \varepsilon_{xy} - \partial_{yy} \varepsilon_{xx} - \partial_{xx} \varepsilon_{yy} = 0$$

$$\partial_{xy} \varepsilon_{zz} + \partial_{zz} \varepsilon_{xy} - \partial_{zx} \varepsilon_{yz} - \partial_{zy} \varepsilon_{zx} = 0$$

$$\partial_{yz} \varepsilon_{xx} + \partial_{xx} \varepsilon_{yz} - \partial_{xy} \varepsilon_{zx} - \partial_{xz} \varepsilon_{xy} = 0$$

$$\partial_{zx} \varepsilon_{yy} + \partial_{yy} \varepsilon_{zx} - \partial_{yz} \varepsilon_{xy} - \partial_{yx} \varepsilon_{yz} = 0$$



~~$$2 \partial_{yz} \varepsilon_{yz} - \partial_{zz} \varepsilon_{yy} - \partial_{yy} \varepsilon_{zz} = 0$$~~
~~$$2 \partial_{zx} \varepsilon_{zx} - \partial_{xx} \varepsilon_{zz} - \partial_{zz} \varepsilon_{xx} = 0$$~~
~~$$2 \partial_{xy} \varepsilon_{xy} - \partial_{yy} \varepsilon_{xx} - \partial_{xx} \varepsilon_{yy} = 0$$~~
~~$$\partial_{xy} \varepsilon_{zz} + \partial_{zz} \varepsilon_{xy} - \partial_{zx} \varepsilon_{yz} - \partial_{zy} \varepsilon_{zx} = 0$$~~
~~$$\partial_{yz} \varepsilon_{xx} + \partial_{xx} \varepsilon_{yz} - \partial_{xy} \varepsilon_{zx} - \partial_{xz} \varepsilon_{xy} = 0$$~~
~~$$\partial_{zx} \varepsilon_{yy} + \partial_{yy} \varepsilon_{zx} - \partial_{yz} \varepsilon_{xy} - \partial_{yx} \varepsilon_{yz} = 0$$~~

# Exemple : panneaux sandwich

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = A z + B$$

**Si absence de courbure,  $A = 0 \rightarrow$  la déformation est constante selon  $z$**

**Dans le balsa, la déformation totale est la somme de la déformation élastique et de la déformation hygroscopique (eigenstrain) :**

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{eb} + \varepsilon_h$$

**Dans la peau, on néglige la déformation hygroscopique :**

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{ep}$$

$p \rightarrow$  peau  
 $b \rightarrow$  balsa

**Soit, en utilisant la loi de Hooke :**

$$\frac{1 - \nu_p}{E_p} \sigma_p = \frac{1 - \nu_b}{E_b} \sigma_b + \varepsilon_h$$

**En l'absence de sollicitation extérieure, la contrainte moyenne est nulle ( $N = 0$ ) :**

$$e_p \sigma_p + e_b \sigma_b = 0$$

**Où  $e_p = 2 \times 2 \text{ mm}$  et  $e_b = 16 \text{ mm}$**

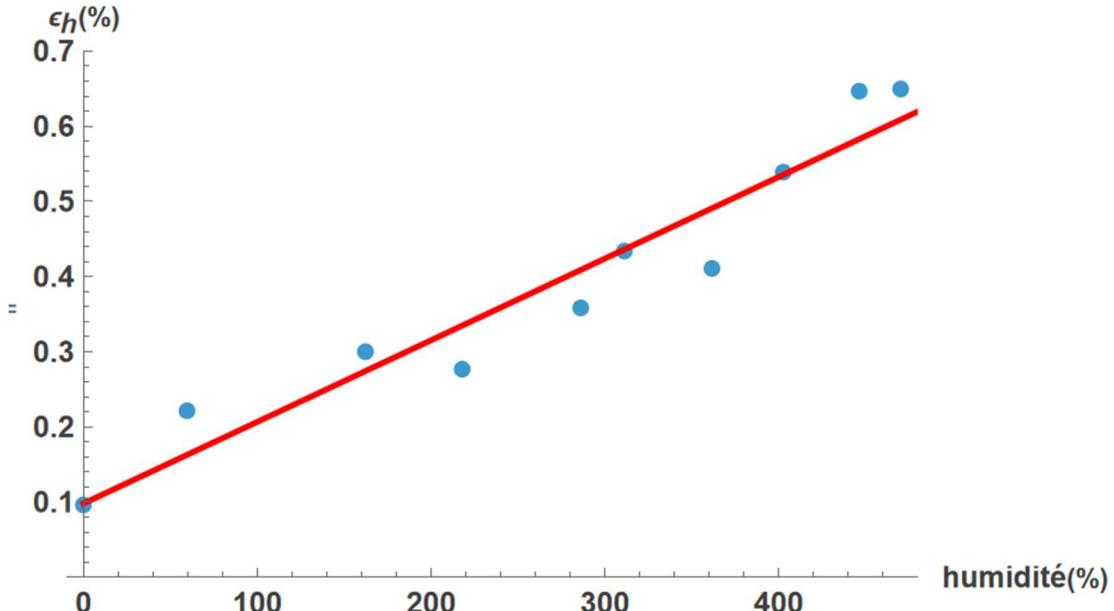
# Exemple : panneaux sandwich

En prenant  $\varepsilon_h = 0,007$

On obtient :

$$\sigma_p = 80 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = -20 \text{ MPa}$$



Dans l'article de Legrand et al. [2015], ils prennent en compte (MEF) :

- La diffusion d'humidité en fonction du temps (loi de Fick)
- L'anisotropie de diffusion
- L'anisotropie élastique de la peau et du balsa

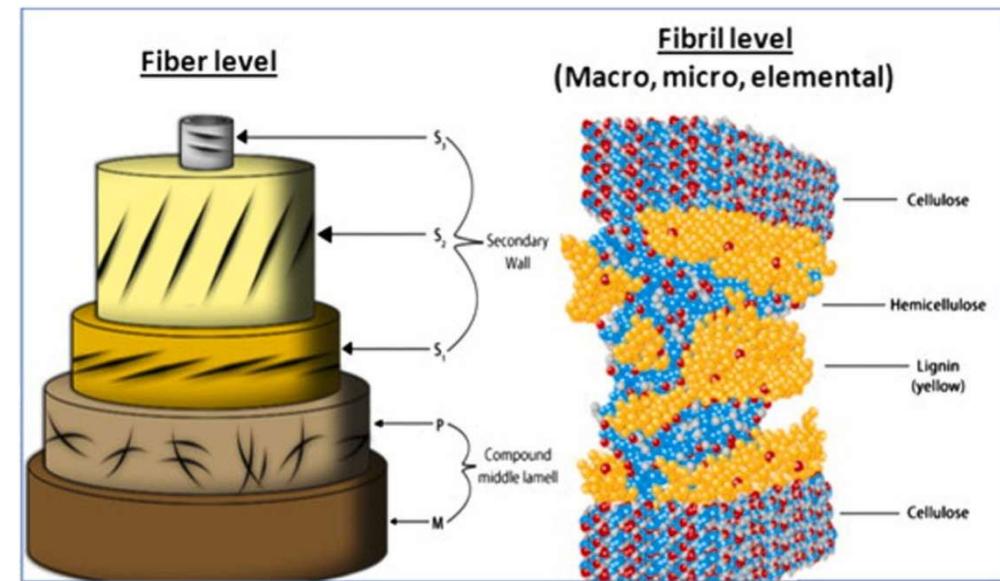
# Hétérogénéité d'une fibre

Toute hétérogénéité peut être source d'incompatibilités et donc de contraintes résiduelles

Exemple : **fibre végétale dans un composite**

- Hétérogénéité fibre/matrice
- Hétérogénéité à l'échelle de la fibre
- Hétérogénéité à l'échelle des phases (**cellulose, lignine...**)
- Hétérogénéité à l'échelle moléculaire

Les contraintes résiduelles sont donc  
un phénomène multiéchelles



[Vinod 2023]

# D'où viennent les CR ?

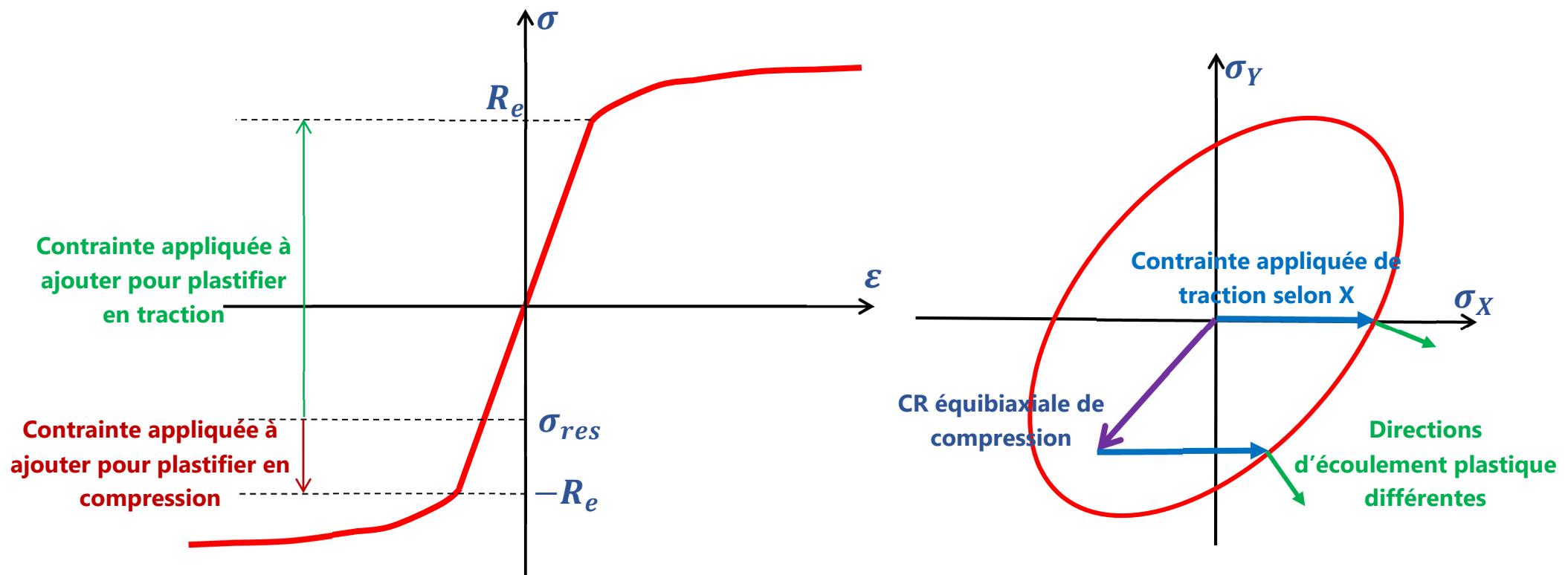
En résumé :

- Les CR proviennent des phénomènes physico-chimiques lors de l'**élaboration ou du traitement** des matériaux et des composants
- Ces phénomènes provoquent des **incompatibilités de déformation**
- Ces incompatibilités peuvent être décrites par des **eigenstrains**, déformations inélastiques (et donc libres de contraintes)
- Ces incompatibilités sont **accommodées par des contraintes résiduelles**
- Ces incompatibilités sont liées aux **gradients de sollicitations** (mécaniques, thermiques, diffusion, etc.) et aux **hétérogénéités de propriétés mécaniques**

Remarque : les valeurs d'eigenstrains sont similaires aux valeurs de déformations élastiques  
→ les contraintes résiduelles sont un indicateur très sensible à de petites variations

# Quelles sont les conséquences des contraintes résiduelles ?

# Propriétés mécaniques statiques



Les contraintes résiduelles provoquent une dissymétrisation du domaine d'élasticité et peuvent donc expliquer pour partie l'écrouissage cinématique (effet Bauschinger)

# Fatigue et fissuration



Des contraintes résiduelles de **compression** tendent à **refermer** les fissures (ou à les amorcer moins vite)

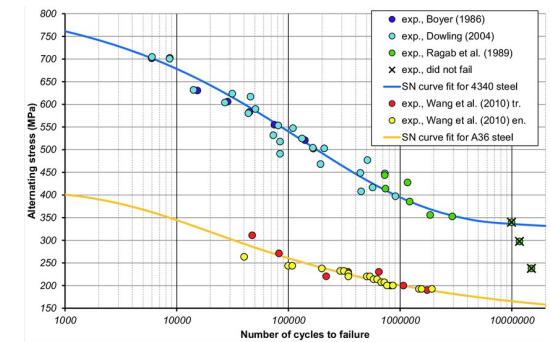
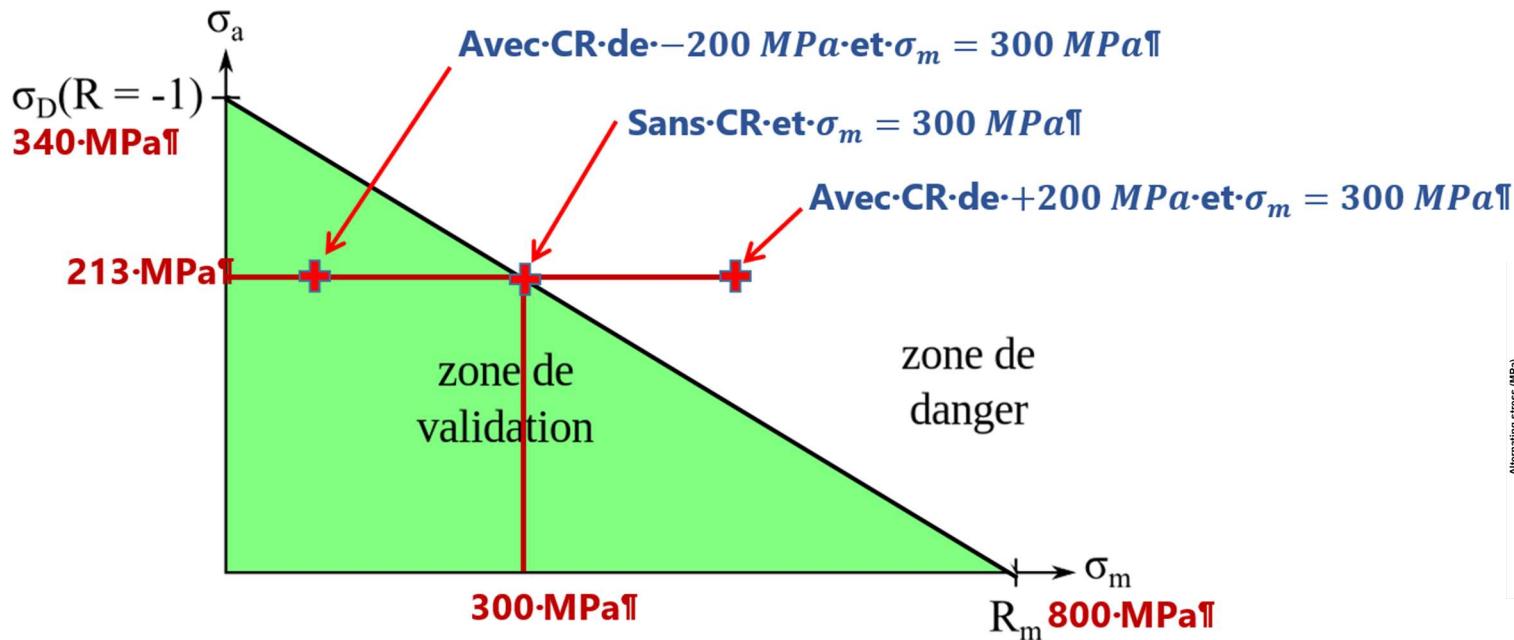


Des contraintes résiduelles de **traction** tendent à **ouvrir** les fissures (ou à les amorcer plus vite)

# Effet sur la fatigue

En fatigue HCF, les contraintes résiduelles (stabilisées !!) peuvent être considérées comme des contraintes moyennes → visualisation sur le diagramme de Haigh

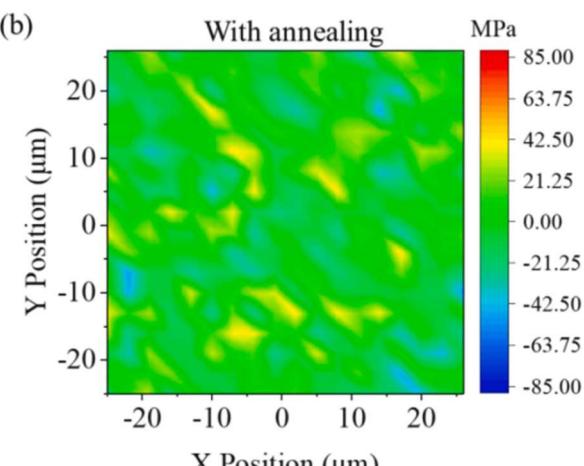
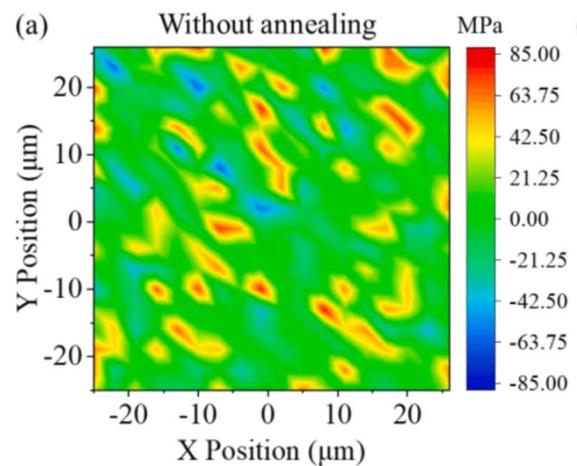
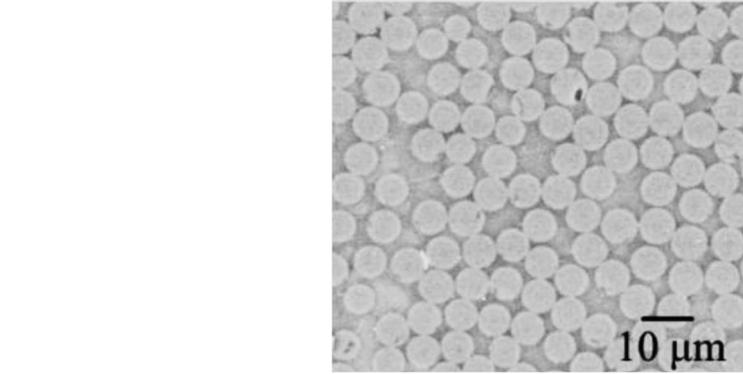
$$\sigma(t) = \sigma_a \sin \omega t + \sigma_m + \sigma_r$$



Attention, les CR peuvent évoluer (premiers cycles, surcharges, accommodation...)

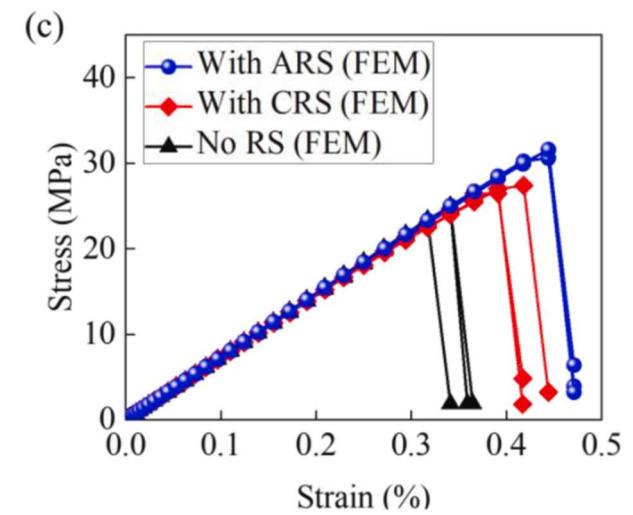
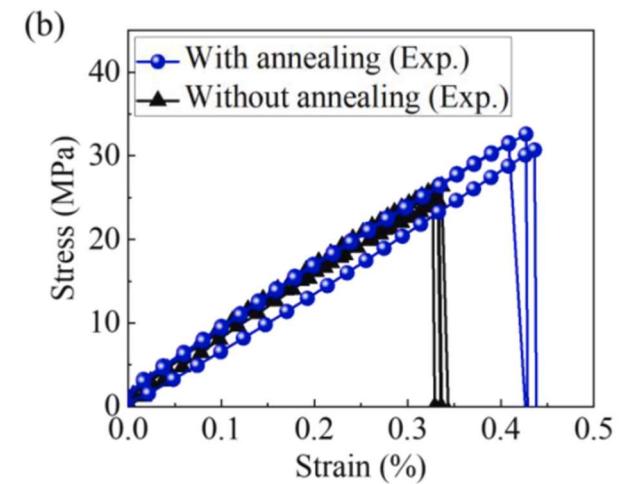
# Exemple composite vitrimer-FC

## Rupture d'un composite vitrimer (époxy-anhydride), fibre de carbone T700



CR obtenues par spectroscopie Raman

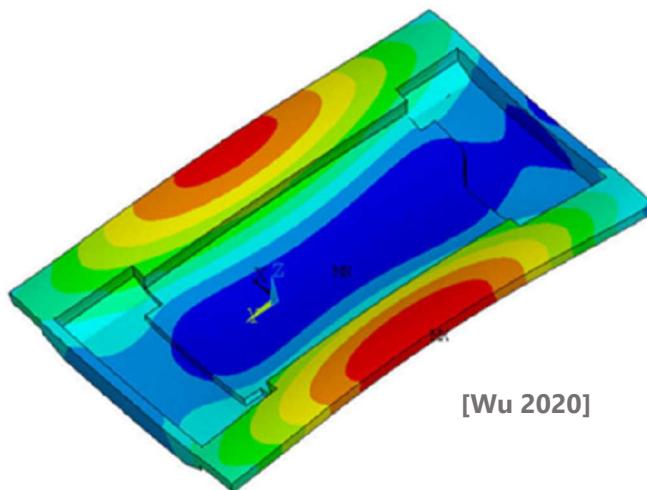
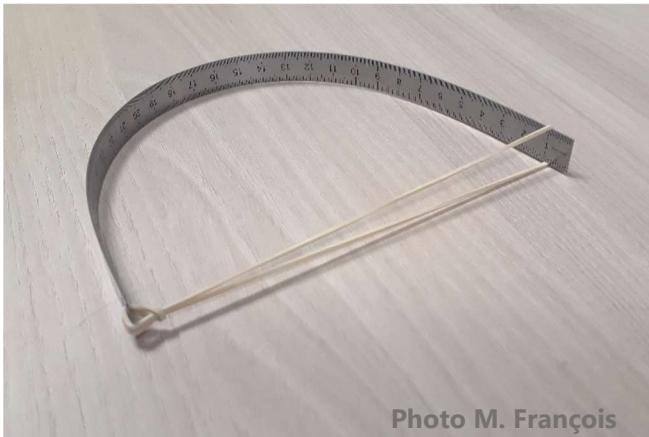
[Bai 2025]



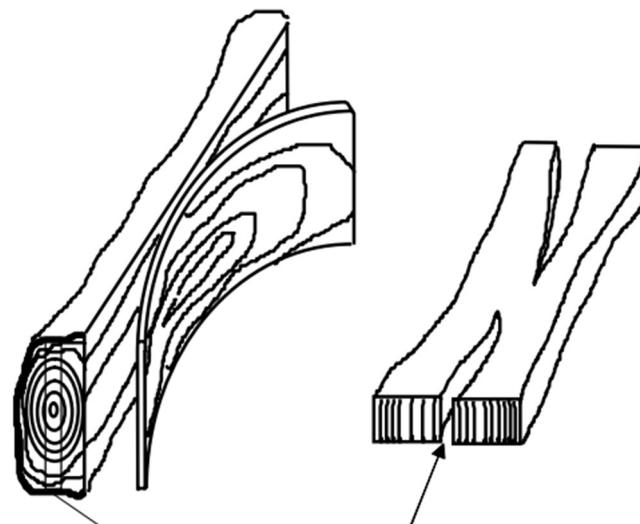
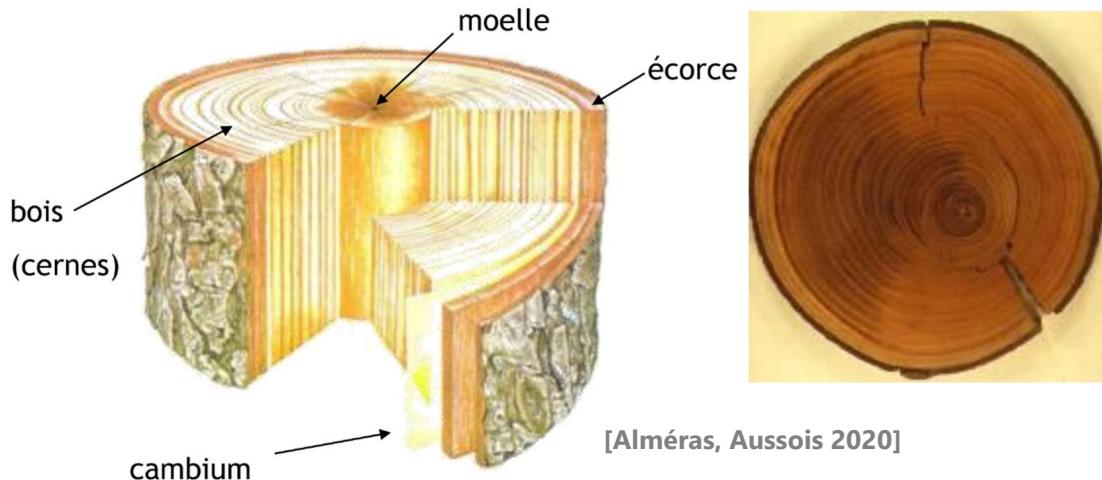
# Distorsion, usinage et CR

**L'usinage d'un composant peut éliminer des zones avec des CR de compression ou de traction → L'équilibre n'est plus assuré**

**En l'absence d'efforts extérieurs, le rééquilibrage doit s'effectuer en interne → déformation**



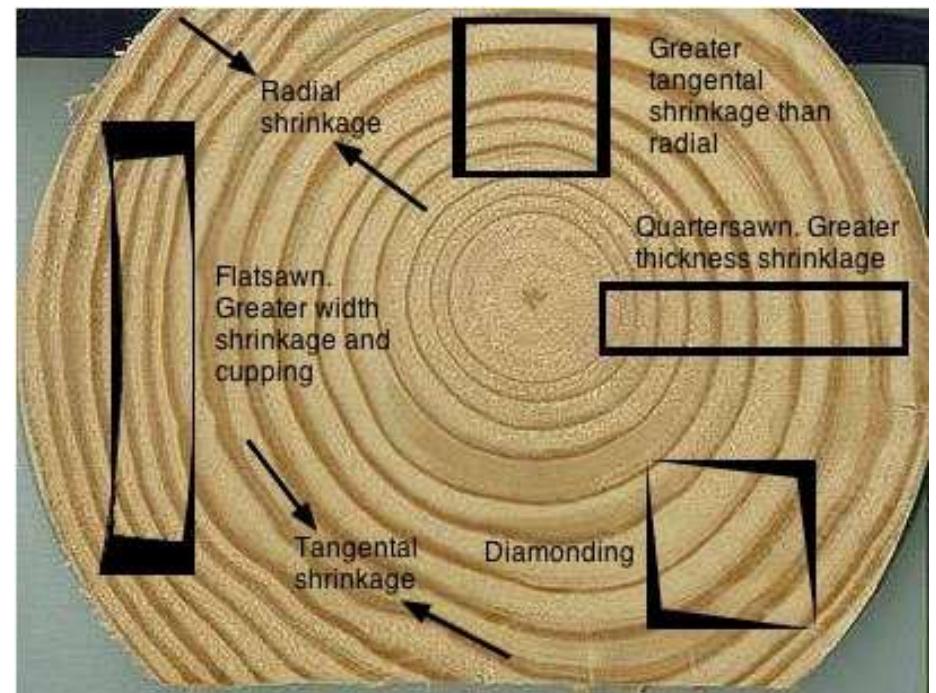
# CR de croissance dans les arbres



**Fissuration d'une grume de noisetier par relaxation des CR de croissance**

[Cassens et Serrano, 2004]

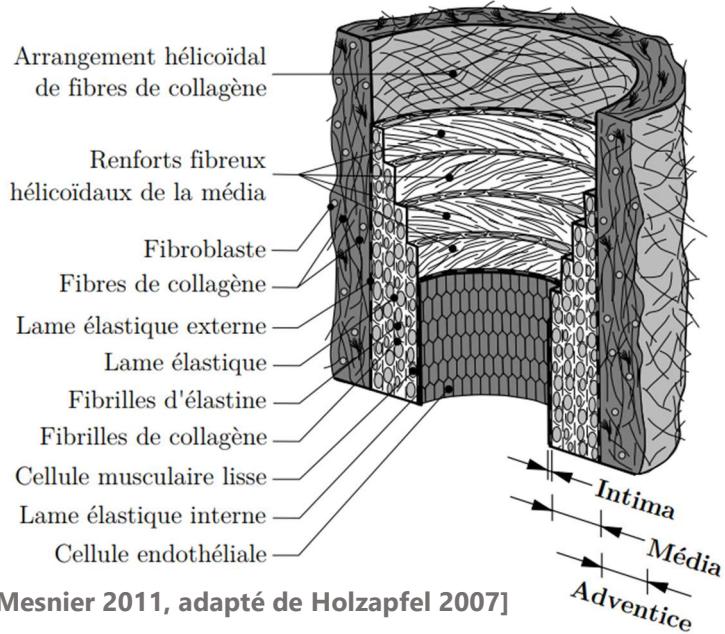
**Les arbres génèrent des contraintes résiduelles pour mieux résister à la gravitation ou au vent**



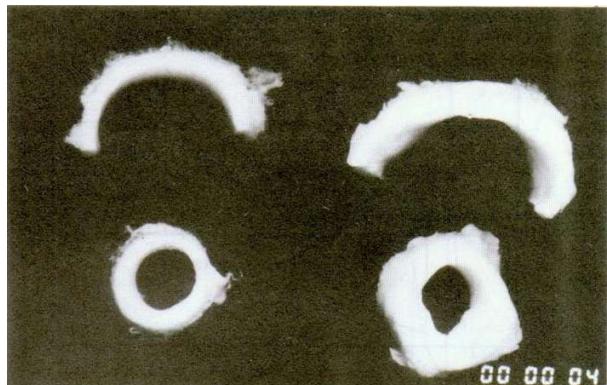
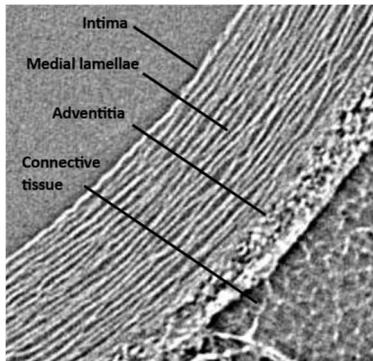
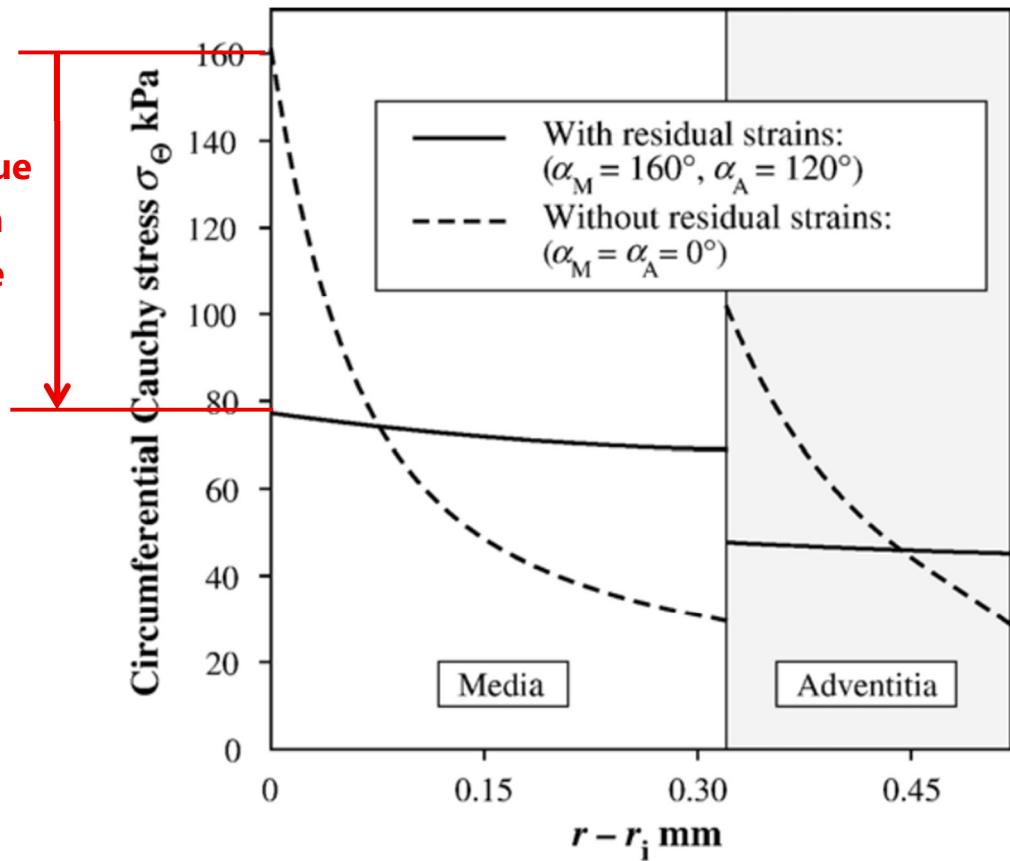
[<https://blog.spib.org/moisture-content-in-lumber/>]

# CR dans les artères

**Utilisation des CR par la nature : réduction des contraintes liées à la pression sanguine dans les artères.**



Réduction due  
aux CR sur la  
paroi interne



[Brunet 2023]

Aortes de lapin avant  
et après découpe

[Hayashi 1991]

[Holzapfel et Gasser, 2007]

**En résumé, les contraintes résiduelles influent :**

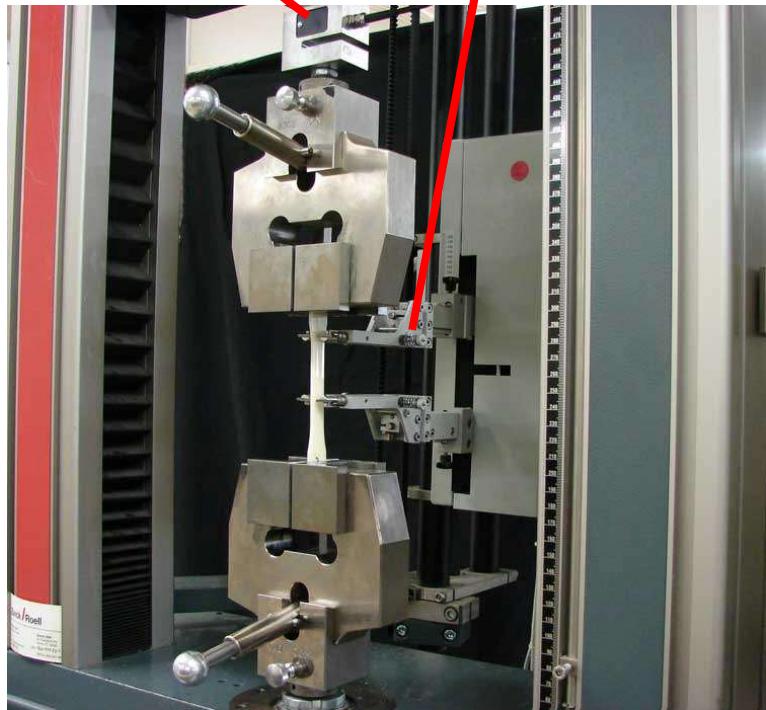
- **Les propriétés mécaniques statiques des matériaux**
- **La fatigue, la fissuration des composants**
- **La stabilité géométrique et la déformation des composants**
- **Les propriétés physico-chimiques et thermodynamiques des matériaux**

# Comment déterminer les contraintes résiduelles ?

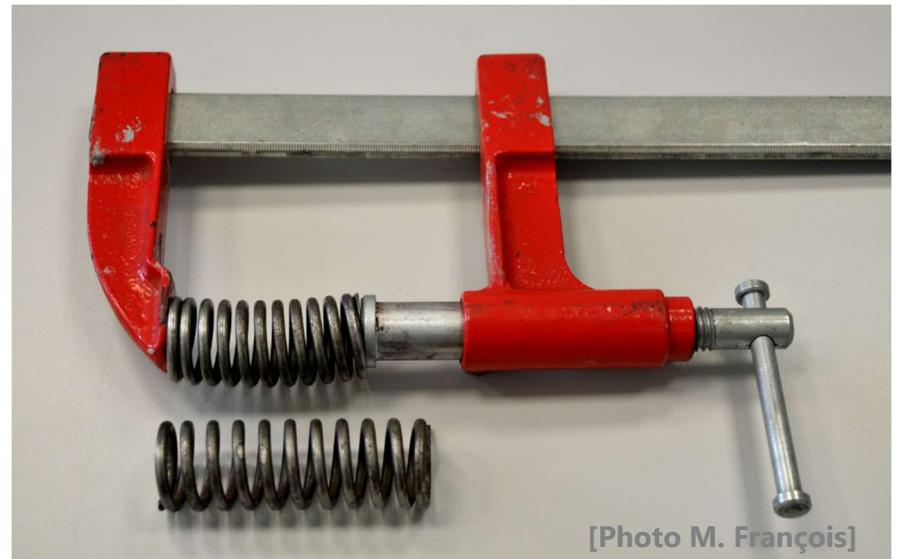
# Position du problème

$$F = k(U - U_0) \text{ puis } \sigma = F/S$$

$$\Delta L = k'(V - V_0) \text{ puis } \varepsilon = \Delta L/L_0$$



[<https://testingindonesia.com>]



[Photo M. François]

## Problèmes en contraintes résiduelles :

- Etat de référence indisponible
- Pas de capteurs force/déplacement

**Comment mesurer des contraintes résiduelles<sup>1</sup> ? → 3 principes de mesure**

**1. Méthodes mécaniques : on perturbe l'équilibre des CR et on mesure les effets**

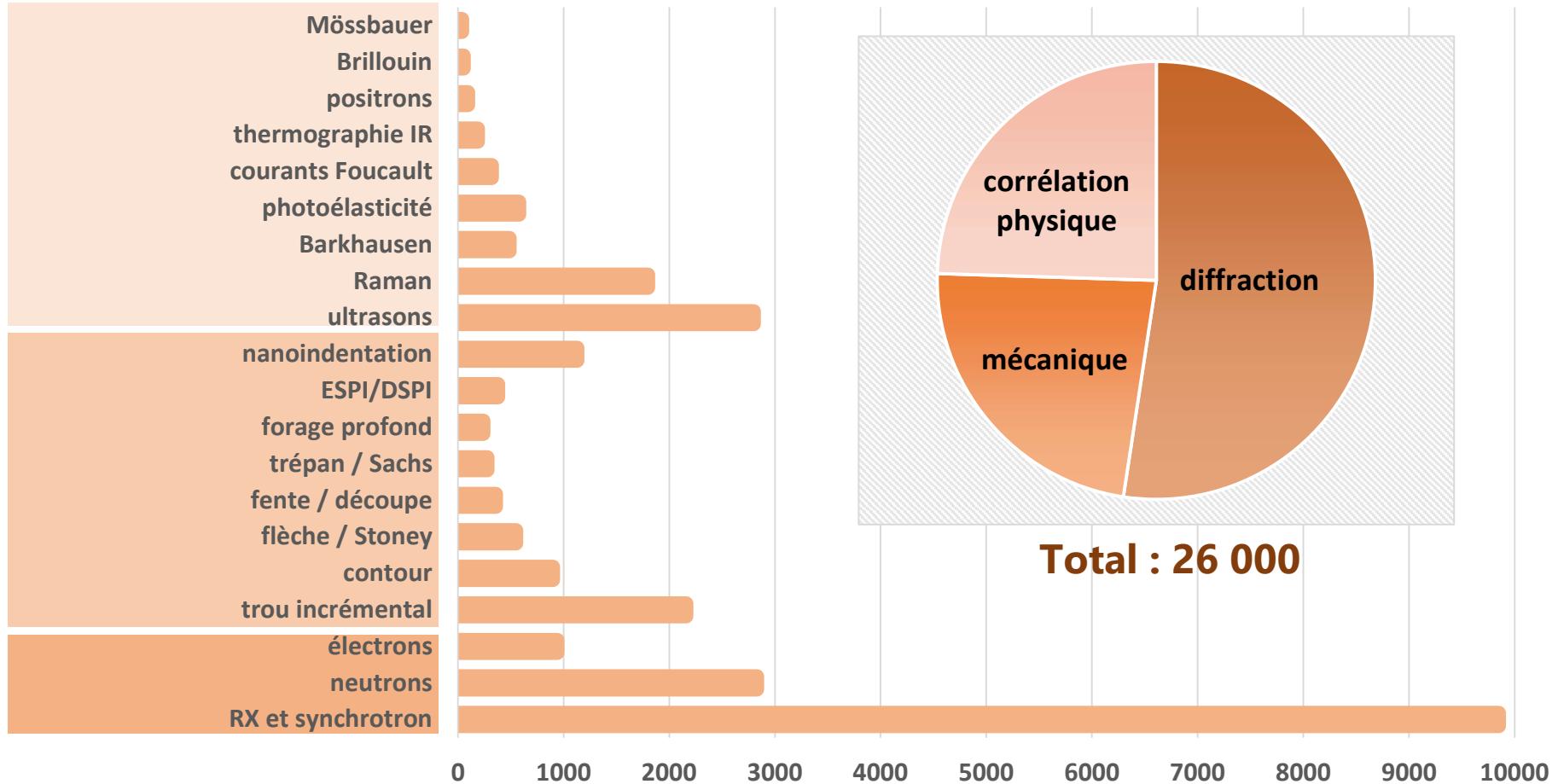
**2. Méthodes de diffraction : les distances interatomiques sont utilisées comme extensomètre interne**

**3. Corrélation avec une propriété physique : les CR perturbent au second ordre la réponse du matériau à un signal porté par une grandeur physique : vibrations moléculaires (Raman), magnétisation, propagation d'US, polarisation de la lumière, courants de Foucault...**

---

<sup>1</sup> Selon le **VIM** (Vocabulaire International de la Mesure, ISO 07-001) : « Le mesurage ou la mesure est un processus consistant à obtenir expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à une grandeur » → Aucun problème à parler de « **mesure des contraintes résiduelles** »

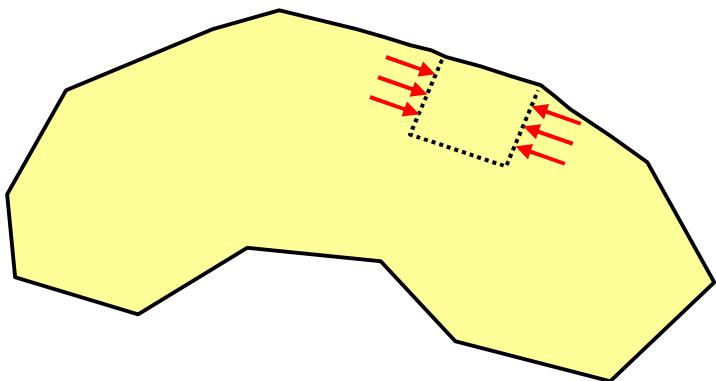
# Fréquence dans les publications



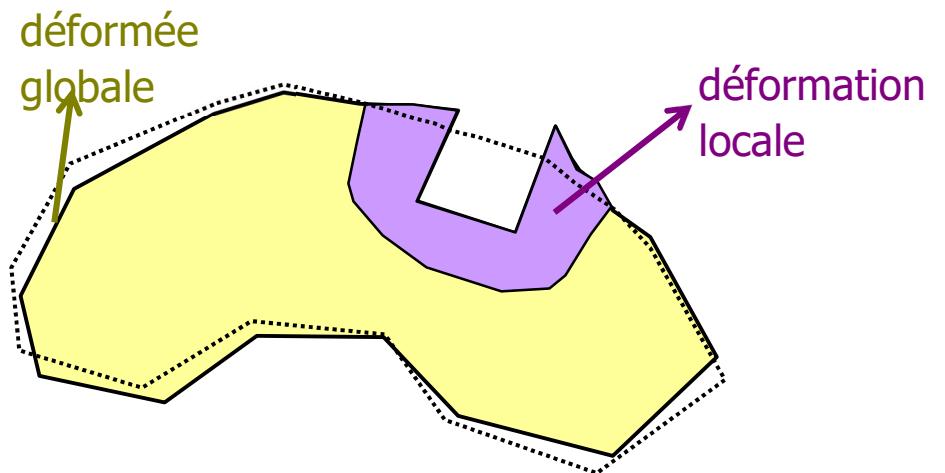
[d'après SCOPUS, mai 2024] « residual stress » AND XXX, pas de dédoublonnage, recherche dans keywords/abstract/title

**Principe : on perturbe l'autoéquilibre des contraintes résiduelles. Le composant se déforme pour restaurer l'équilibre.**

**On mesure les déformations ou les déformées**



relaxation des  
contraintes  
résiduelles



L'une ou l'autre peut être  
négligeable ou inaccessible

# Méthodes de découpe



## Méthode de Crampton ou méthode de la languette :

- On découpe et on mesure la défexion de la languette
- Boite boisson emboutie : contraintes liées à l'emboutissage (déformation plastique)
- Mise au point : méthode de découpe et modèle mécanique pour remonter aux contraintes

# Méthodes de découpe

Carotte avec contraintes résiduelles :

→ Incompatibilité liée au séchage

$$\varepsilon_L = 0.0037/\text{jour}$$



Découpage :

→ relaxation des contraintes

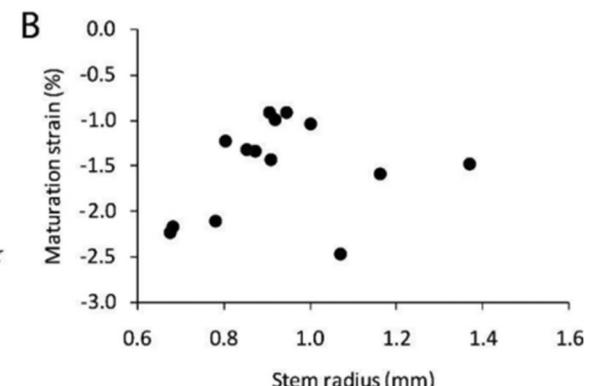
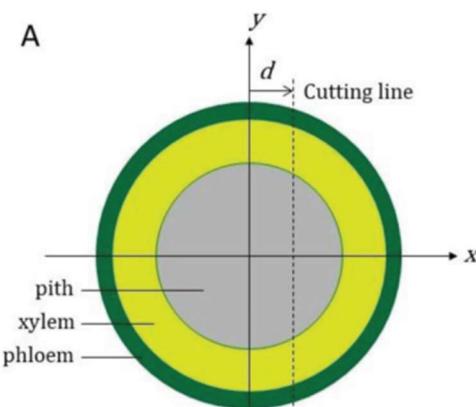
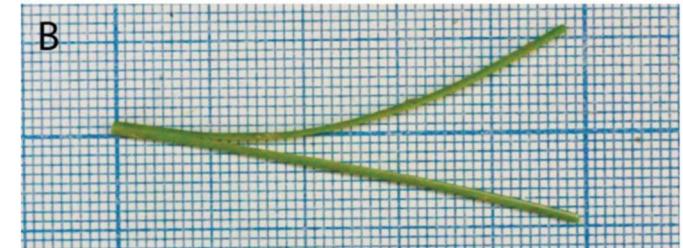
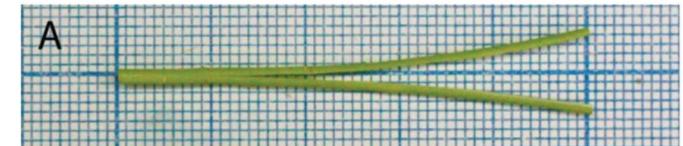
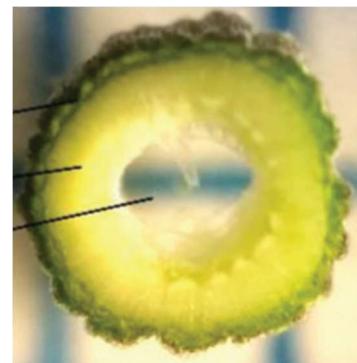
→ déformation



Tiges de lin :

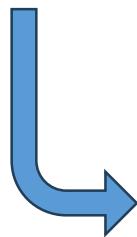
→ Contraintes de compression dans la partie gélatineuse (xylème) lors de la croissance

→ Stabilité mécanique

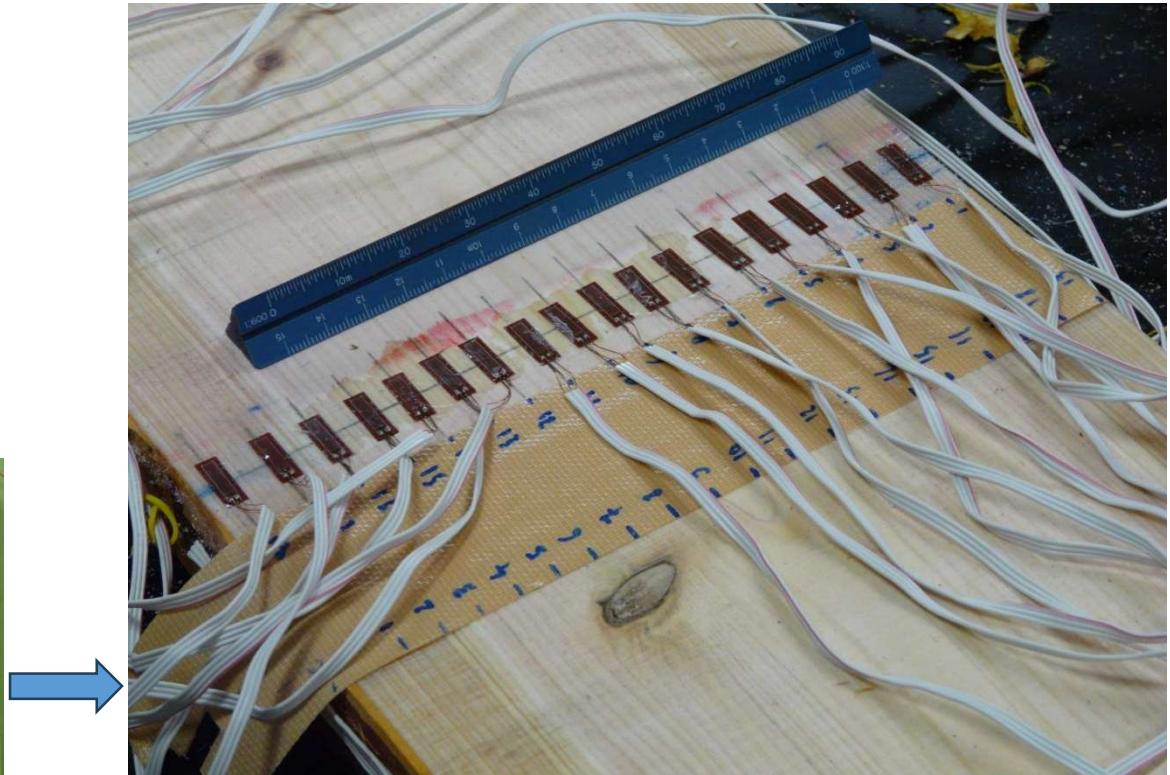


[Alméras 2019]

# Méthodes de découpe



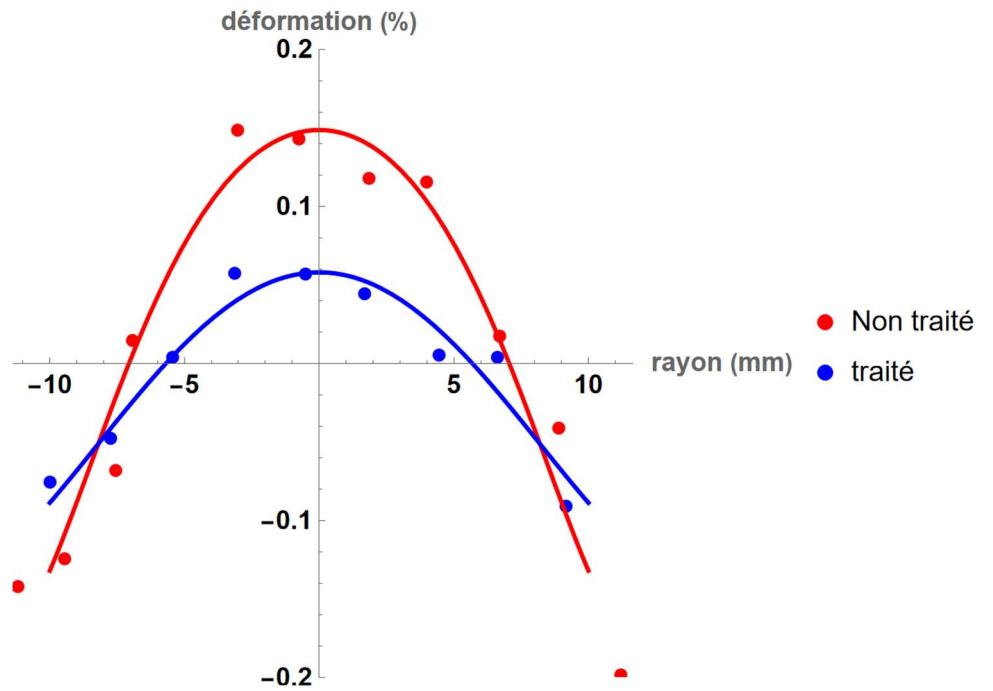
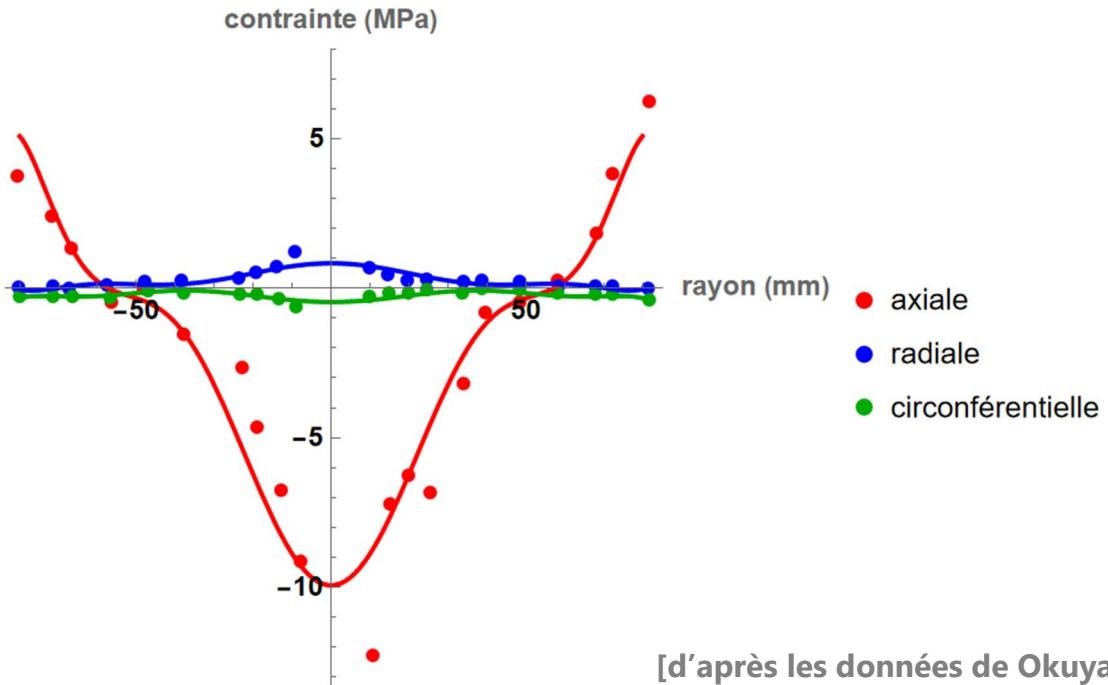
**Mesure par découpe des contraintes axiales dans un tronc**



[T. Almérás, Aussois 2020]

# Méthodes de découpe

## CR dans le tronc d'un Sugi (Cryptomeria Japonica)



[d'après les données de Okuyama 1992]

CR dans le tronc d'un Sugi  
(*Cryptomeria Japonica*)

Réduction des déformations par traitement thermique sur un Buna (*Fagus Cremata*)

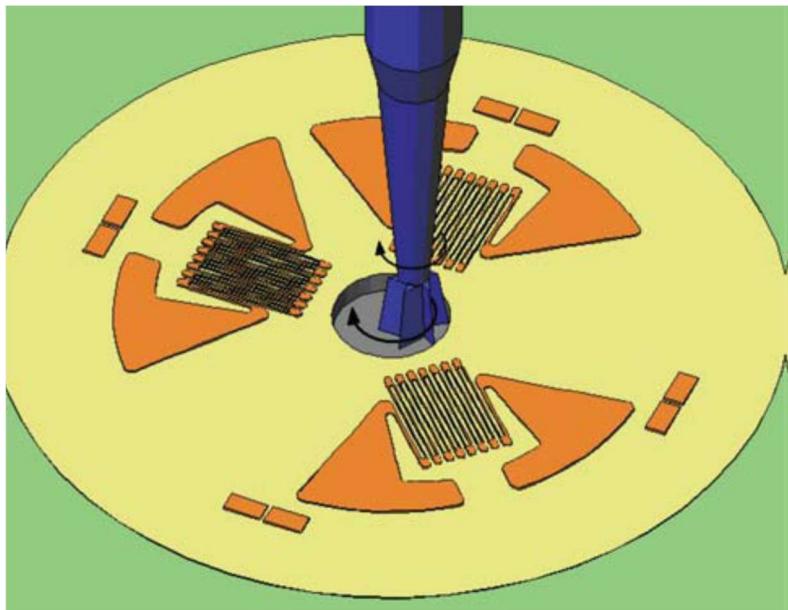
# Méthode du perçage incrémental

**Principe : on perce un trou et on mesure les déformations autour du trou**

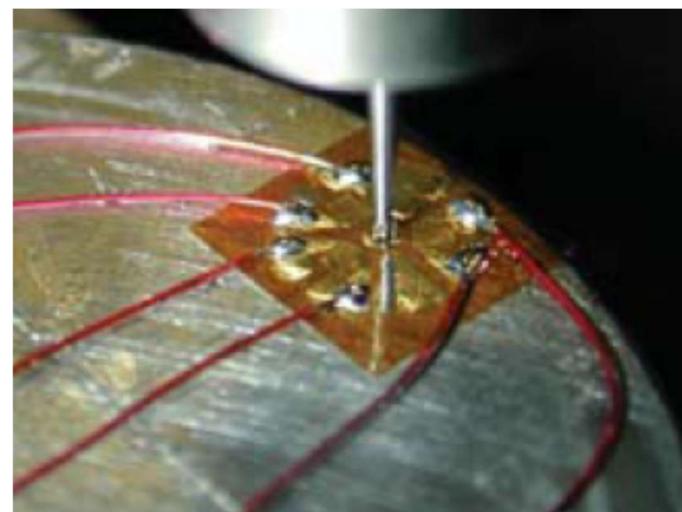
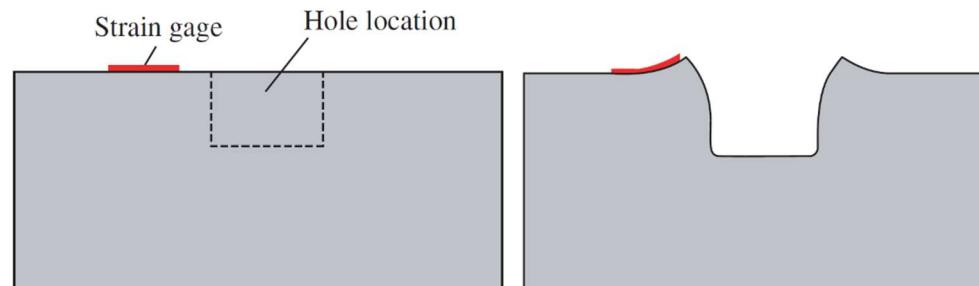
**Les déformations peuvent être mesurées :**

- par des jauges piézorésistives
- par interférométrie holographique (Speckle Pattern Interferometry : ESPI)

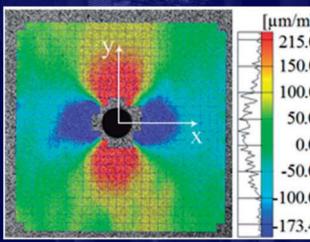
**Le profil de contraintes en profondeur est obtenu par incréments de perçage**



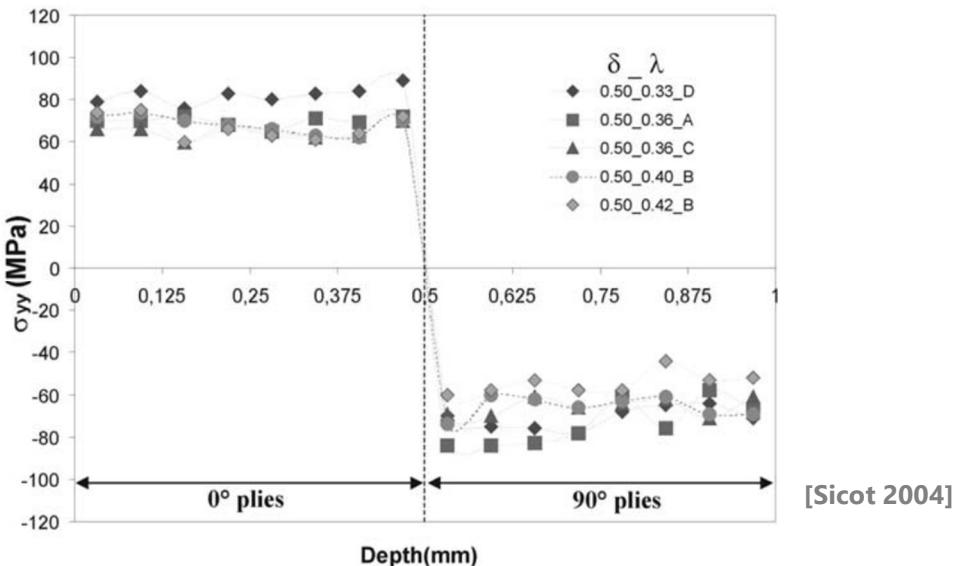
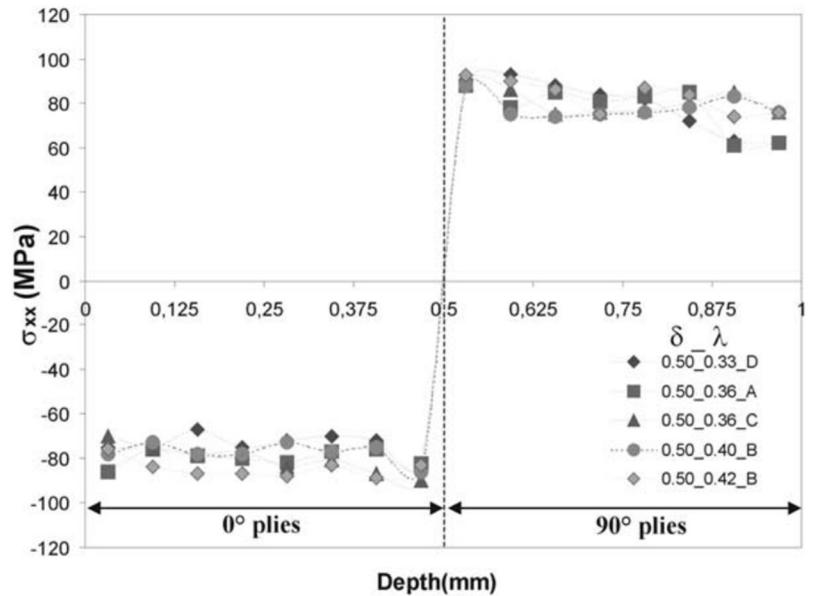
[from Stresscraft in Schajer 2013]



# Exemple composite stratifié

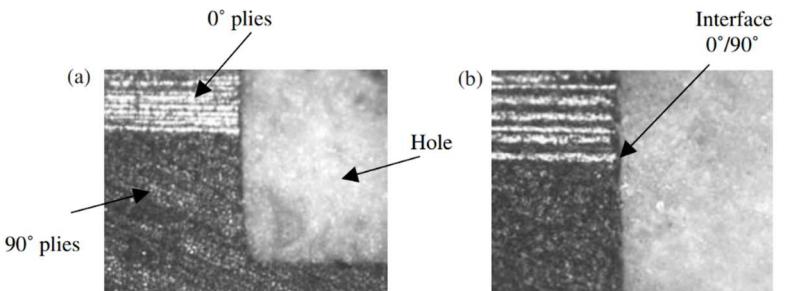


Composite carbone/époxy T300/914,  $V_f = 60\%$ , épaisseur de pli 125 µm, [0<sub>2</sub>, 90<sub>2</sub>]



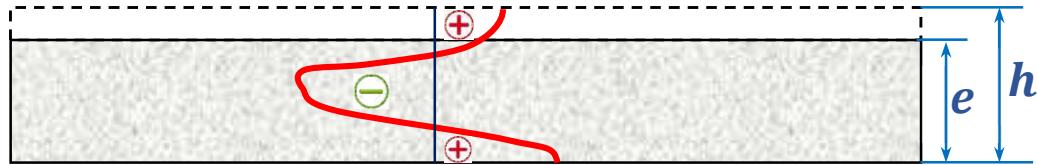
Pas de saut de contrainte entre 2 plis de même orientation

Saut de 160 MPa entre 2 plis orientés à 90°



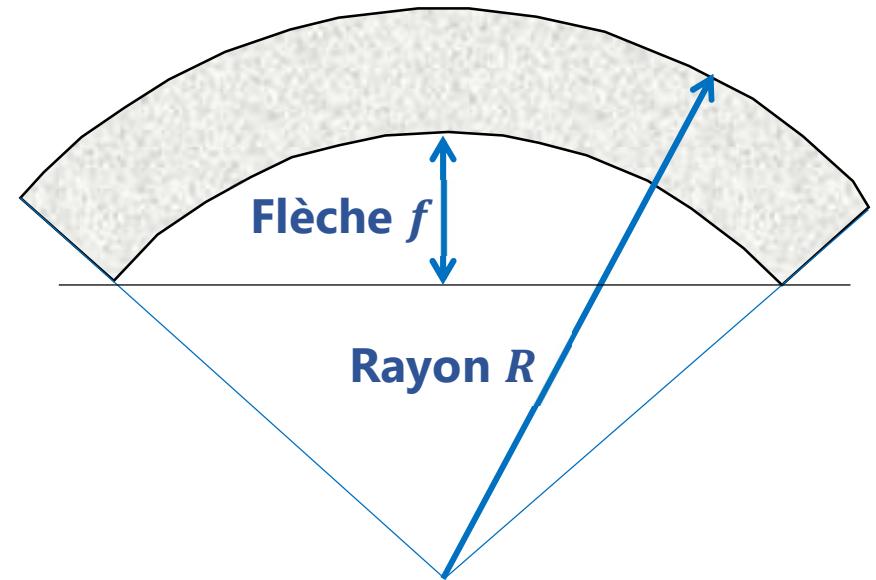
# Méthode de la flèche

Principe : enlèvement d'une couche → rééquilibrage des contraintes → flexion



**Équations de la RdM :**  $\frac{1}{R} = \frac{M_f}{E I_z} = \frac{\langle \sigma \rangle}{E} \frac{6(h-e)e}{e^3}$

**Profil en épaisseur → incrément d'enlèvement**



**Pb : après rééquilibrage, la contrainte dans les couches suivantes a été modifiée :**

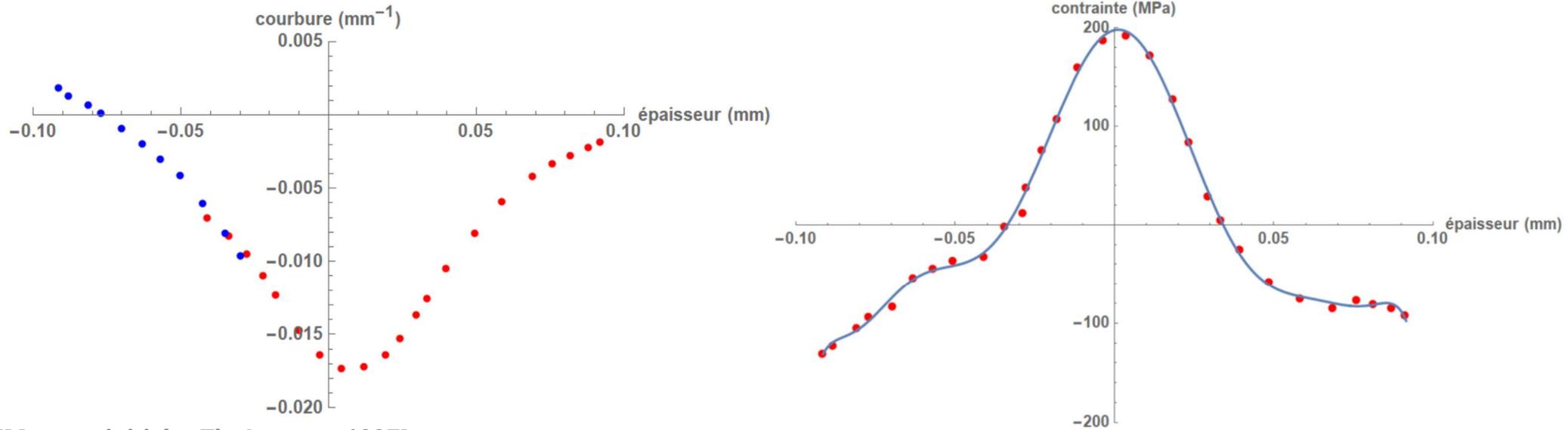
$$\frac{\sigma}{E} = -\frac{e^2}{6} \frac{d(1/R)}{de} + e \left( \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_e} \right) + \frac{1}{3} \int_h^e e d(1/R)$$

$$\frac{1}{R_n} = \frac{6}{E e_n^3} \sum_{i=1}^n \sigma_i (e_{i-1} - e_i)(e_{i-1} + e_i - e_n) \quad \Rightarrow \quad [1/R] = \frac{6}{E} [G] [\sigma]$$

**Généralisation : plaque en contrainte biaxiale, isotrope ou anisotrope**

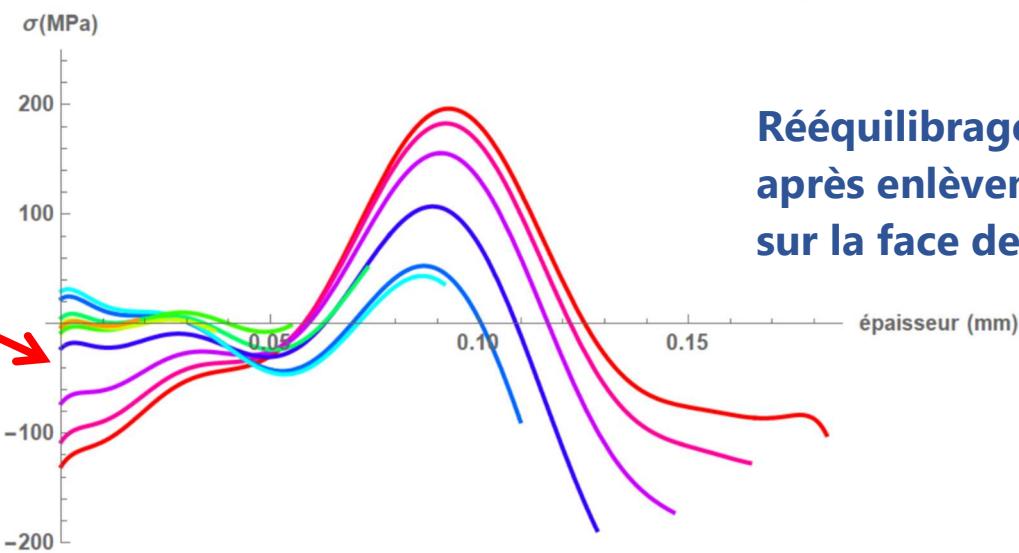
# Méthode de la flèche

Exemple : tôle d'acier pour emballage (APE) laminée, épaisseur 183 µm



[Mesures initiales Th. Jacquot, 1997]

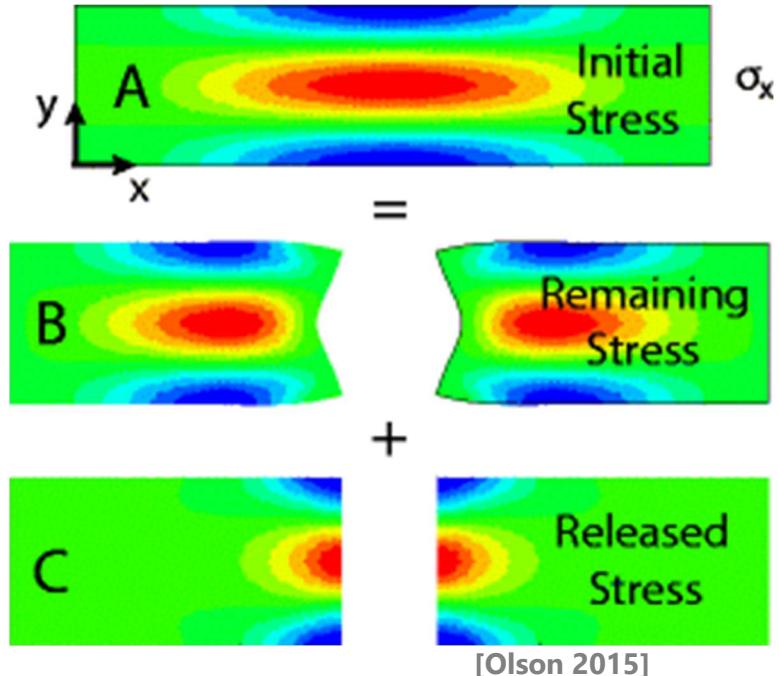
Des mesures de contrainte (DRX) ou de déformation (jauges) sur la face non usinée permettent également de remonter au profil



Rééquilibrage des contraintes après enlèvements successifs sur la face de droite

# Méthode du contour

Principe : la pièce est découpée en deux selon une section plane



La relaxation des contraintes provoque une variation de topographie :

- Bosse dans les zones initialement en compression
- Creux dans les zones initialement en traction

Les déplacements nécessaires à la remise à plat de la section sont introduits en conditions aux limites dans un calcul MEF

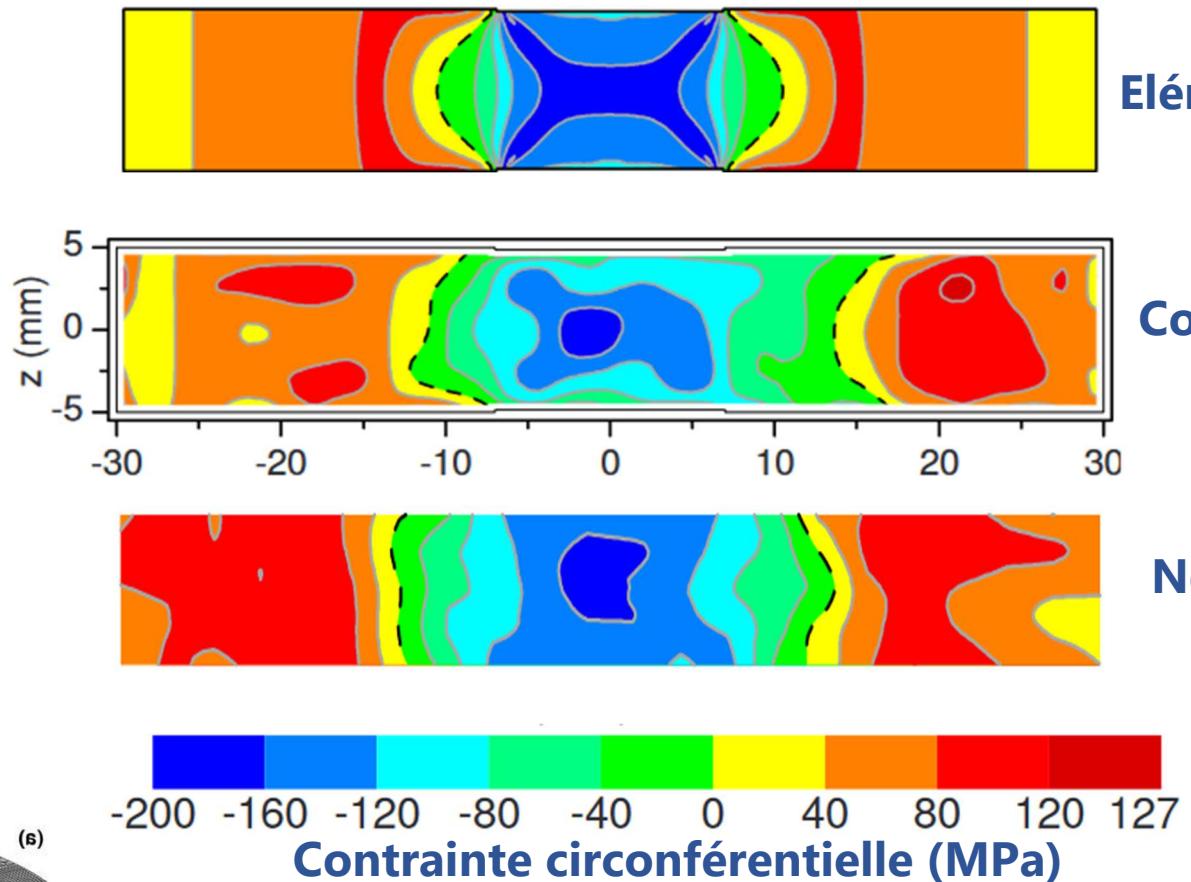
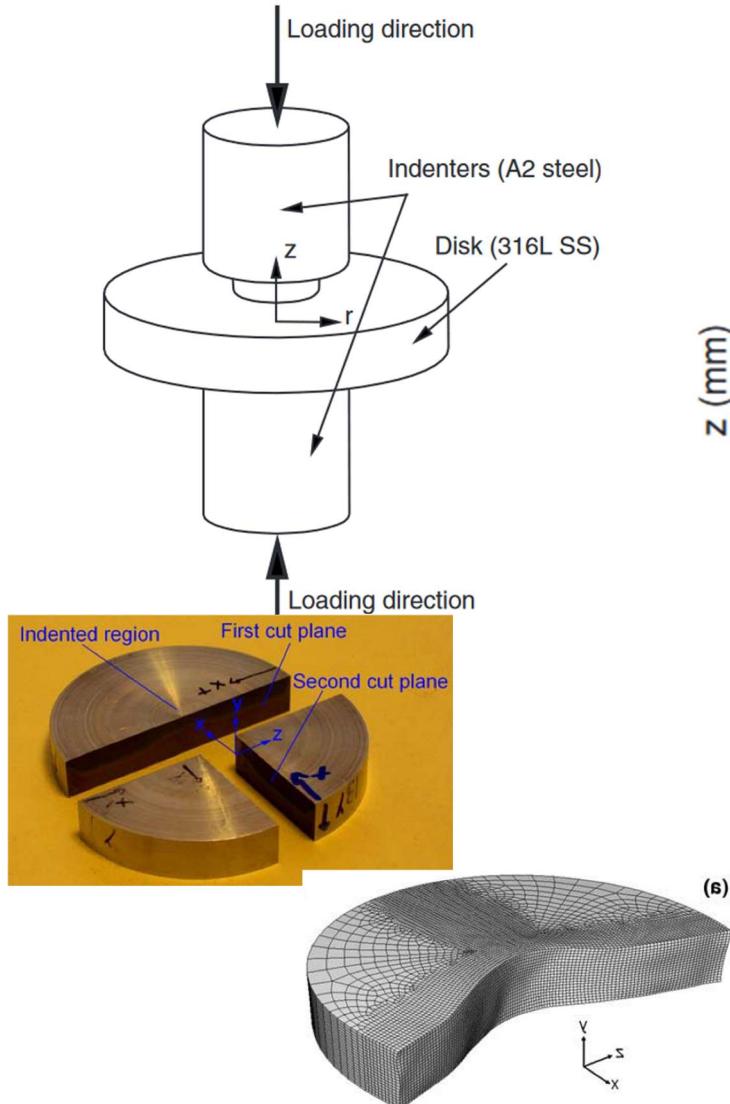
Découpes : électro-érosion à fil ( $\varnothing 100\text{-}200 \mu\text{m}$ )

Mesures de topographie : MMT ou palpation optique

Cette méthode permet de mesurer la contrainte normale au plan de découpe

# Méthode du contour

Exemple : disque comprimé plastiquement

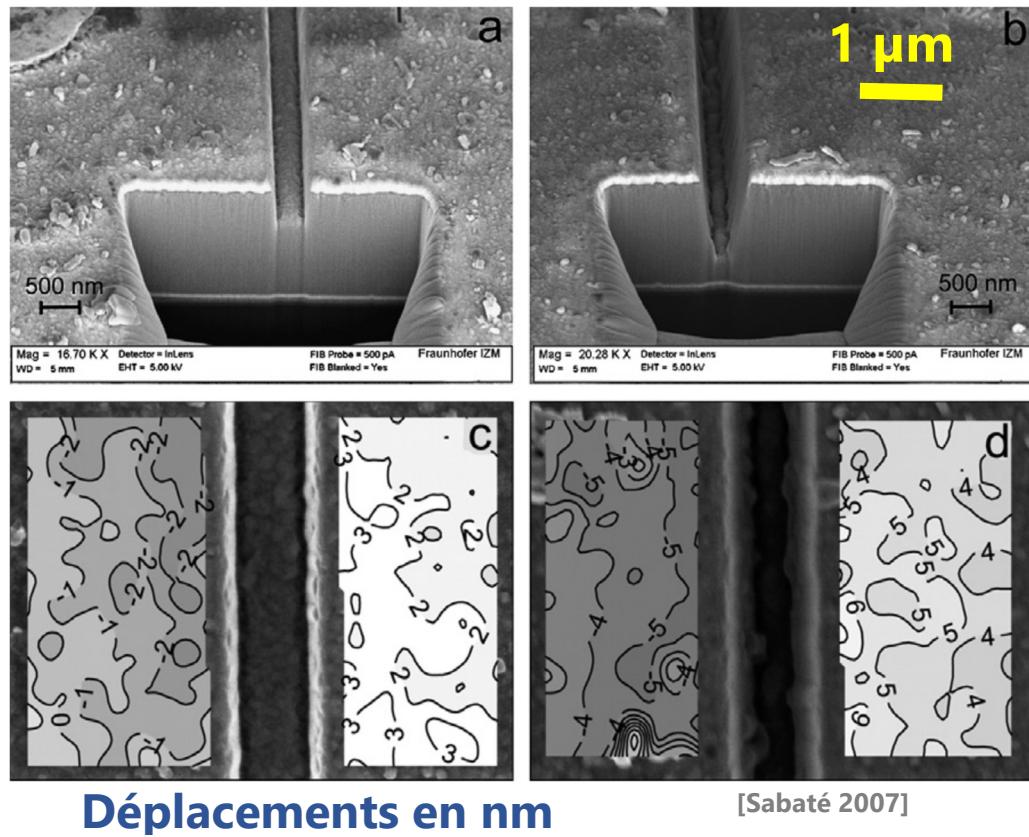
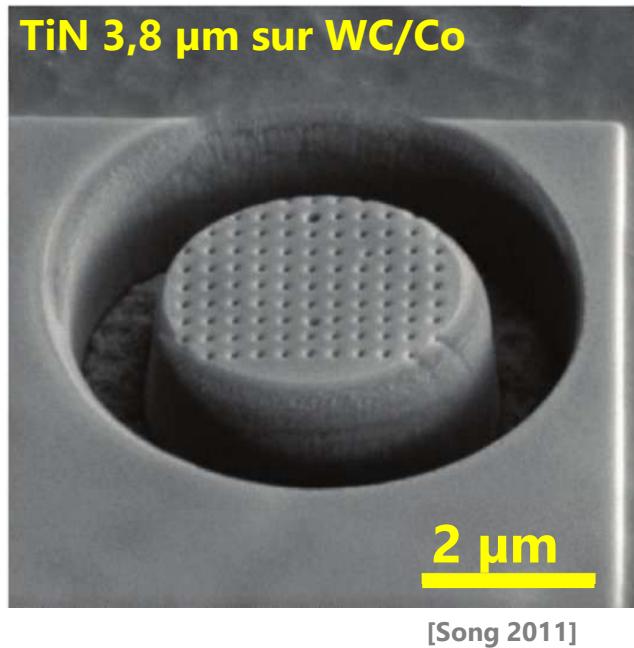


[Pagliaro 2009]

# Echelles microscopiques

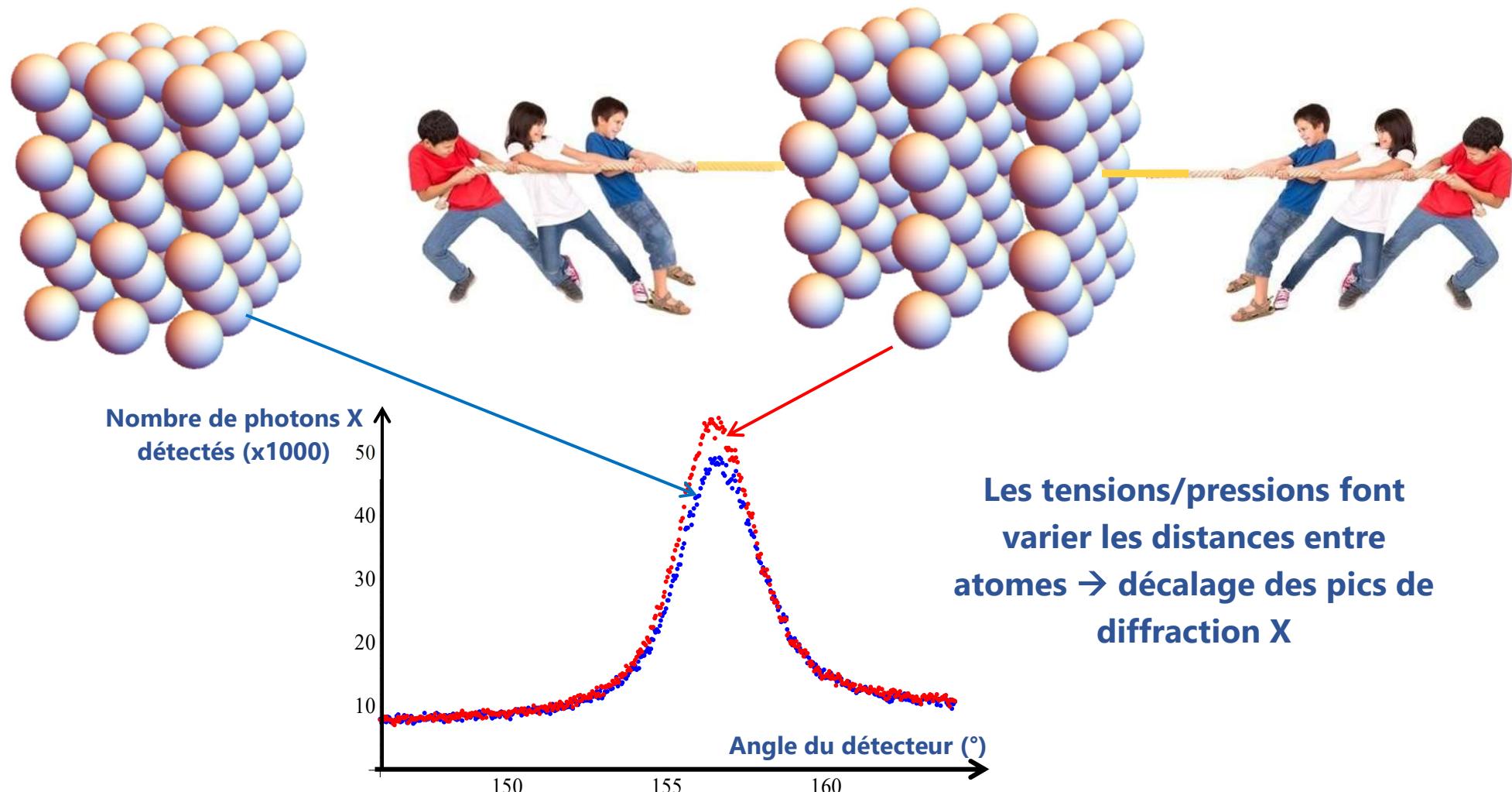
Les méthodes mécaniques peuvent être appliquées à toute échelle :

- moyen d'usinage adapté (ex : Focused Ion Beam, FIB)
- moyen d'extensométrie adapté (ex : suivi de marqueur, corrélation d'images)



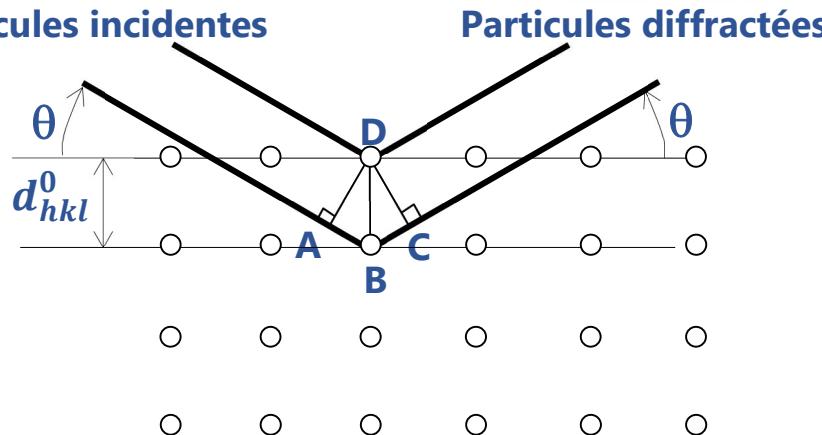
# Diffraction des rayons X

La diffraction des rayons X permet de mesurer les distances entre atomes avec des précisions de l'ordre de **1/1000<sup>ème</sup> du diamètre d'un atome**

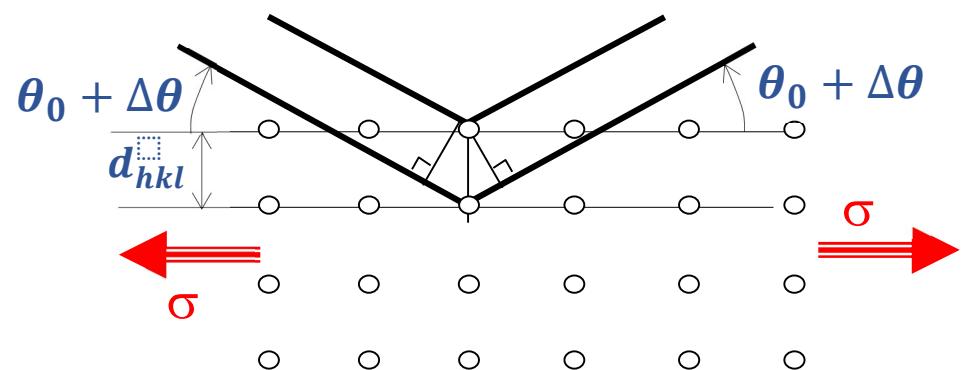


# Mesure déformation par diffraction

Particules incidentes



Particules diffractées



**Sous l'effet d'une contrainte, les distances  $d_{hkl}$  entre plans atomiques varient**

Condition de Bragg : interférences constructives (pic de diffraction) si

$$2 d_{hkl} \sin\theta = n \lambda \quad (n \in \mathbb{Z})$$

Les particules peuvent être :

- des photons X (en laboratoire ou au synchrotron)
- des neutrons
- des électrons

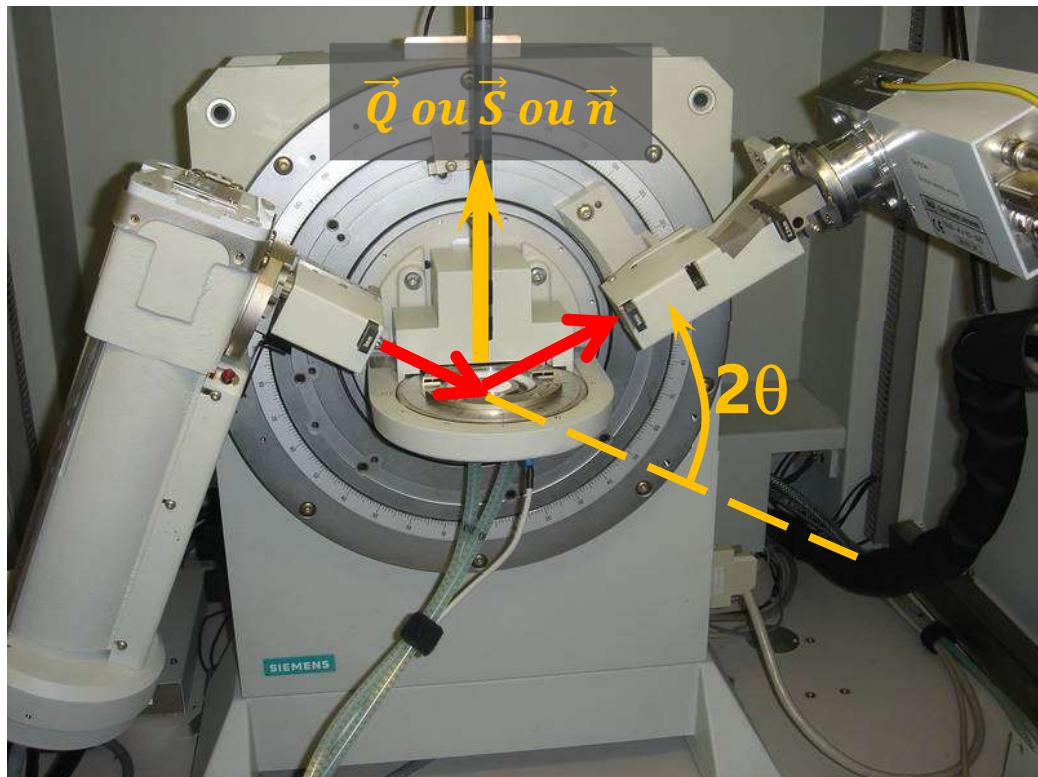
$\lambda$  : longueur d'onde des particules → même ordre de grandeur que  $d_{hkl}$ .

Equation de De Broglie :

$$\lambda = \frac{h}{m v} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

# DRX de laboratoire

L'angle  $2\theta$  est mesuré par le goniomètre qui permet de tourner le détecteur par rapport à la source avec une précision de l'ordre de  $10^{-4}$  degré.

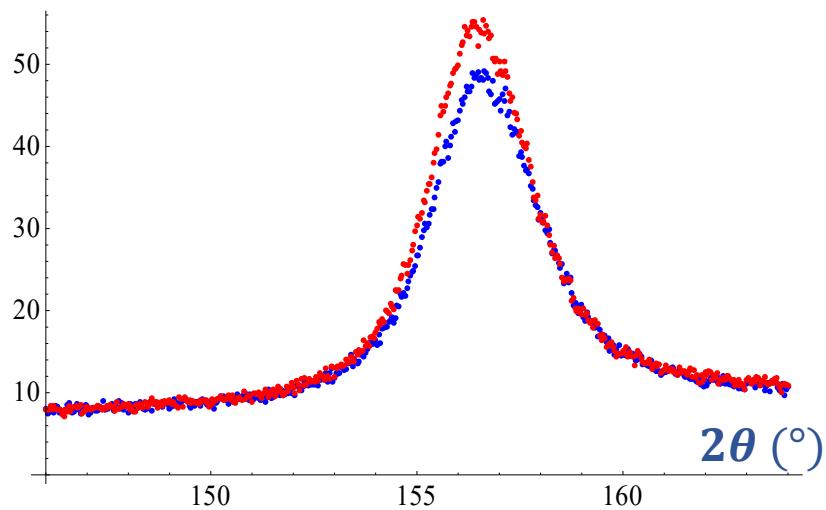
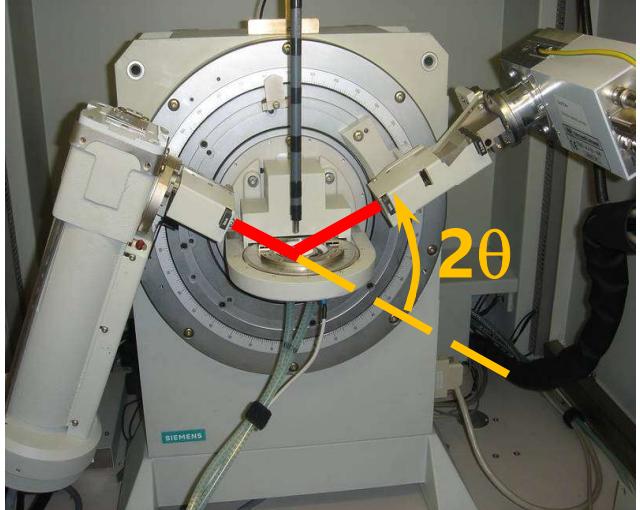


La direction de mesure  $\vec{n}$  de la déformation est définie par :

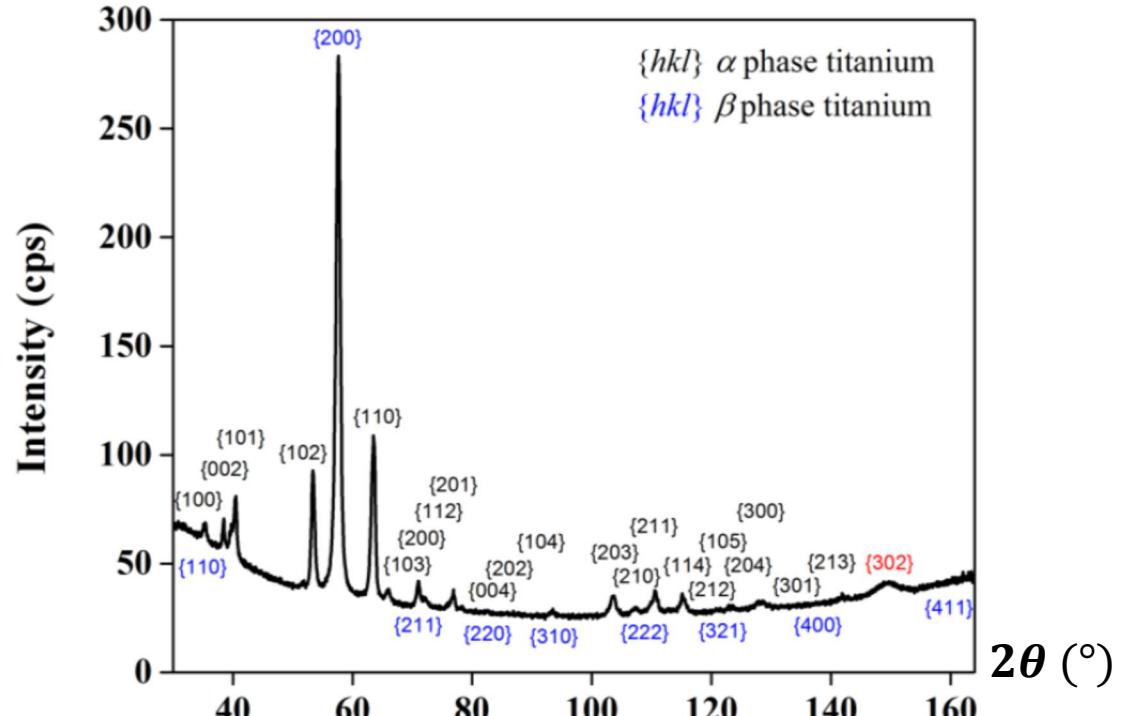
- La **bissectrice faisceau incident et faisceau diffracté**
- La **normale aux plans cristallographiques qui diffractent**

Remarque : diffractomètre = {goniomètre+source RX + détecteur + porte-échantillon...}

# DRX de laboratoire



*Déplacement de pic (entre  $\Psi=0$  et  $\Psi=60^\circ$ ) pour une contrainte de 300 MPa dans un acier*



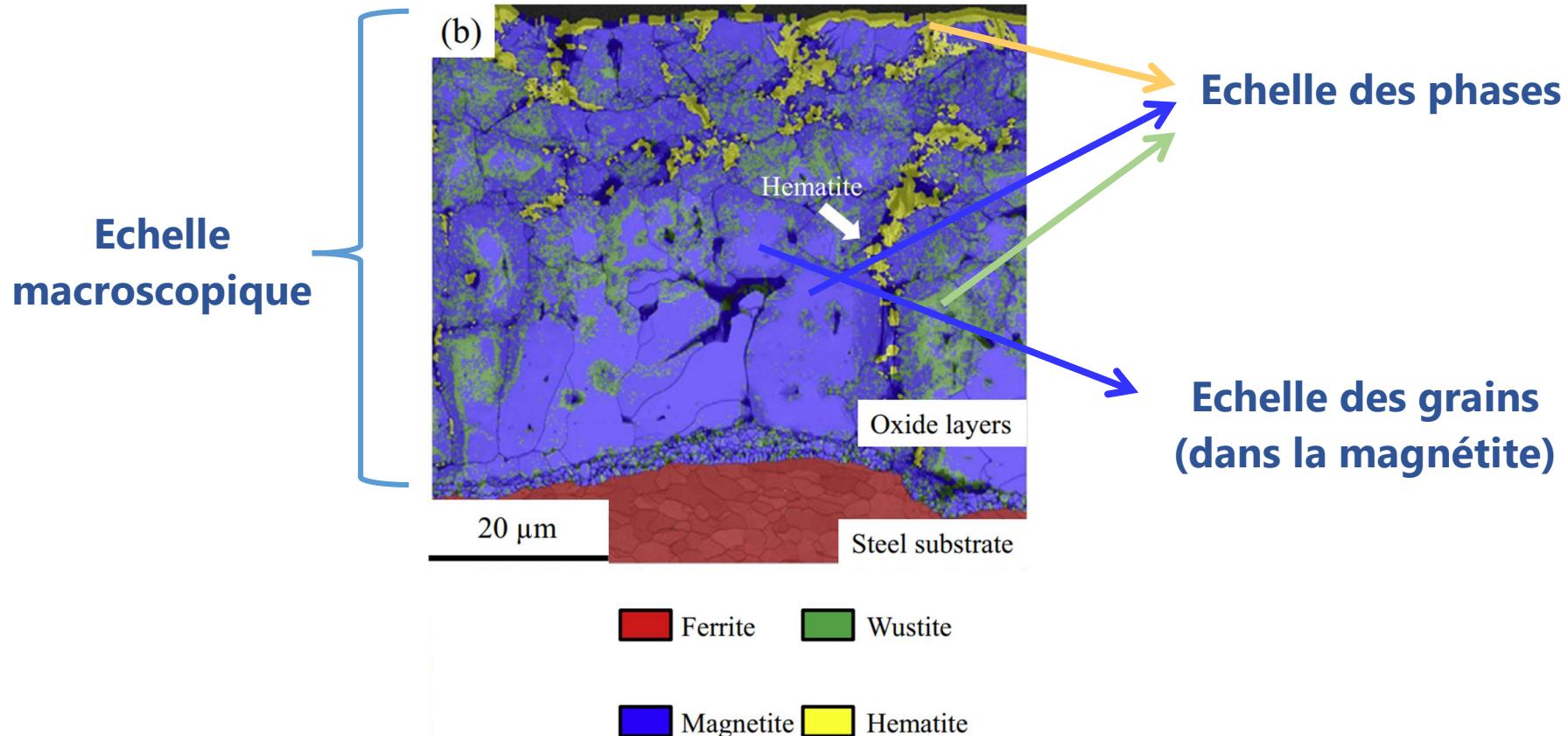
**Choisir un pic, c'est :**

- Choisir une phase cristalline
- Choisir un plan cristallin  $\{hkl\}$  et donc certaines cristallites

**L'extensométrie n'est pas macroscopique**

# Echelles des contraintes

Acier microallié Nb-V-Ti oxydé à l'air à 900°C [Yu 2015]



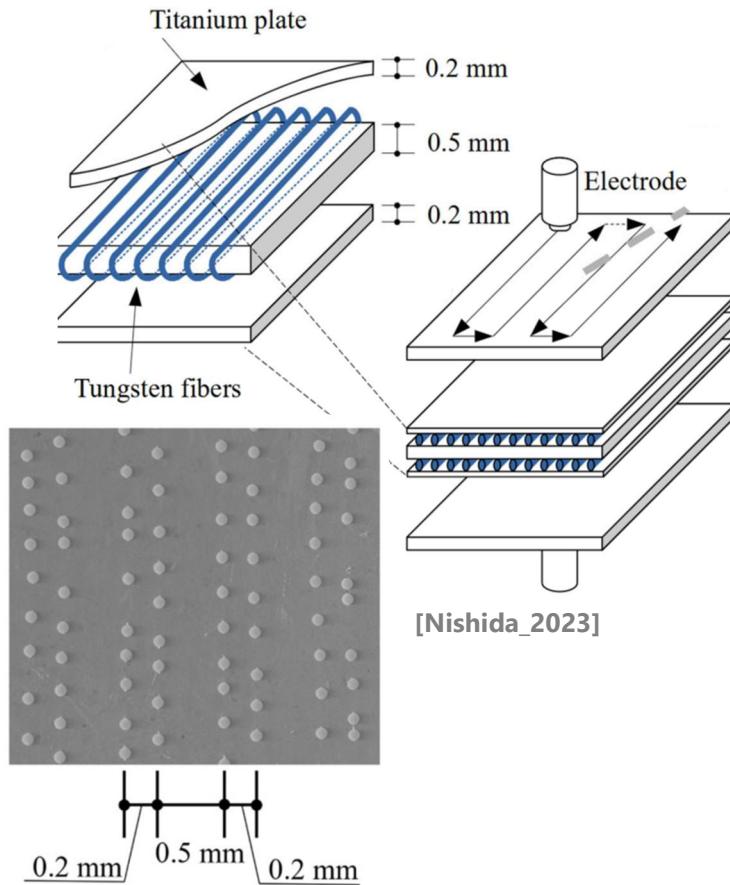
$$\sigma_{macro} = \frac{1}{V_{film}} \iiint_{V_{film}} \sigma \, dv = \langle \sigma_{phase i} \rangle_{toutes les phases}$$

$$\sigma_{magnetite} = \frac{1}{V_{magnetite}} \iiint_{V_{magnetite}} \sigma \, dv = \langle \sigma_{grain j} \rangle_{tous les grains de magnetite}$$

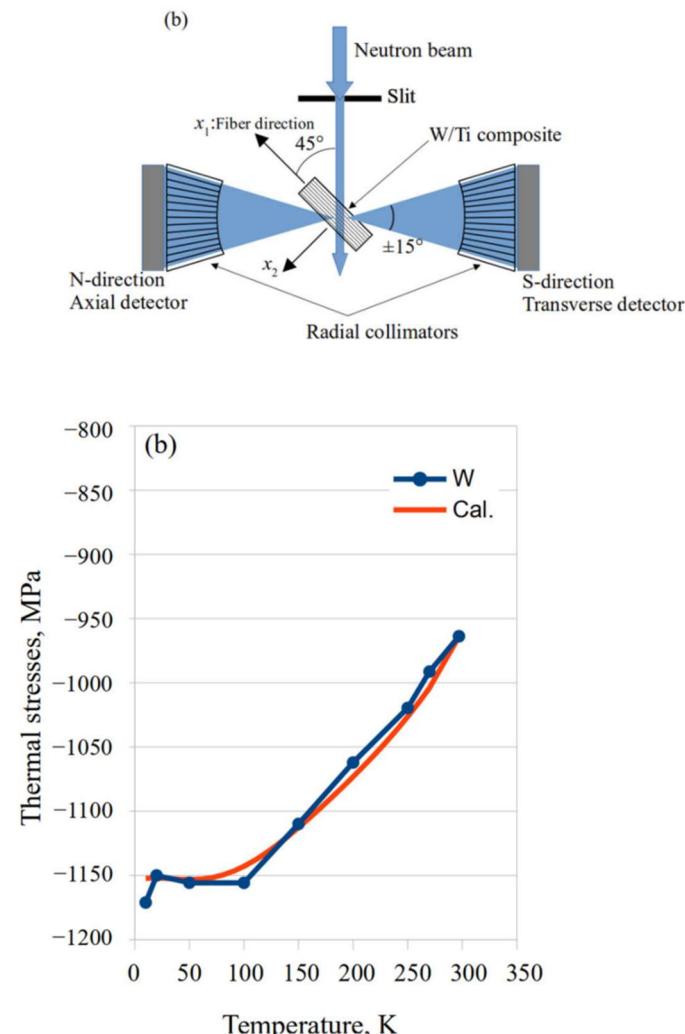
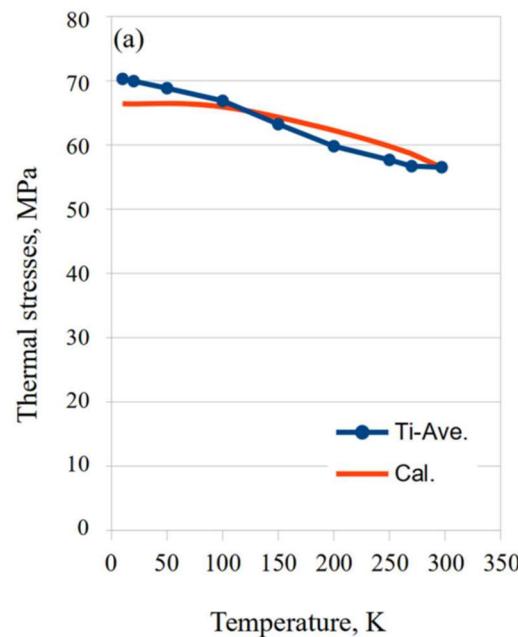
# Exemple

## Composite titane + fibres de tungstène, diffraction de neutrons (ToF)

### Mesures in-situ en cryogénie de 10K à température ambiante



$$\langle \sigma \rangle = 0.05 \sigma_W + 0.95 \sigma_{Ti} = 0$$



# Exemple

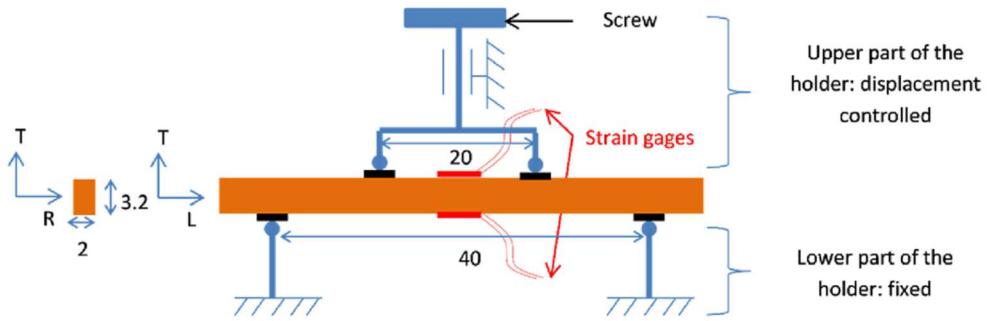
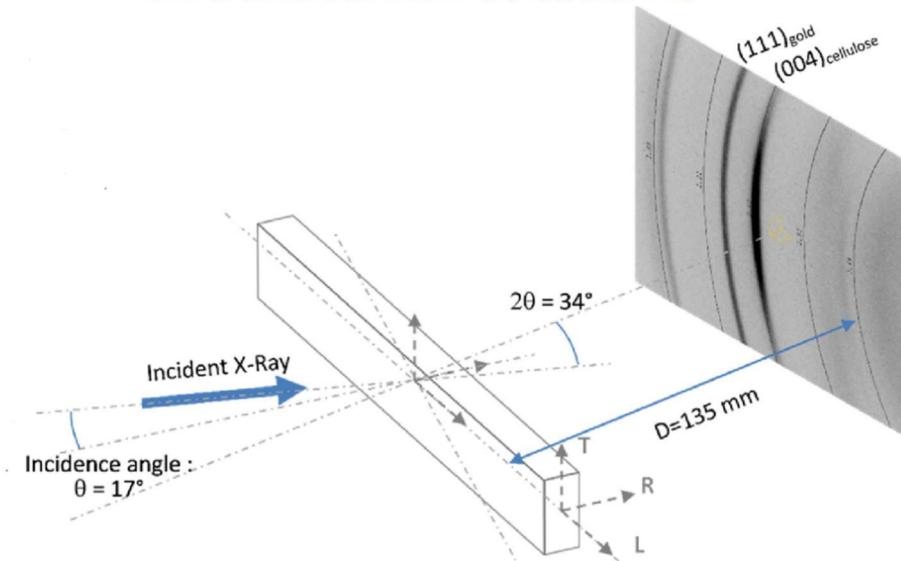
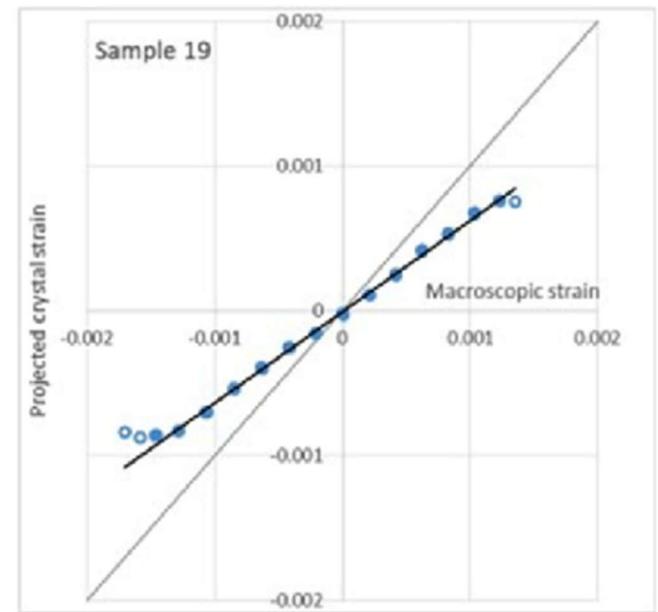


Fig. 1. Design of the bending device and specimen geometry (dimensions in mm).



$CuK_{\alpha}$  ( $\lambda = 1.54 \text{ \AA}$ ) plan {004} de la cellulose,  $2\theta = 34^\circ$

Epicéa commun avec 6% d'humidité et saturé en humidité

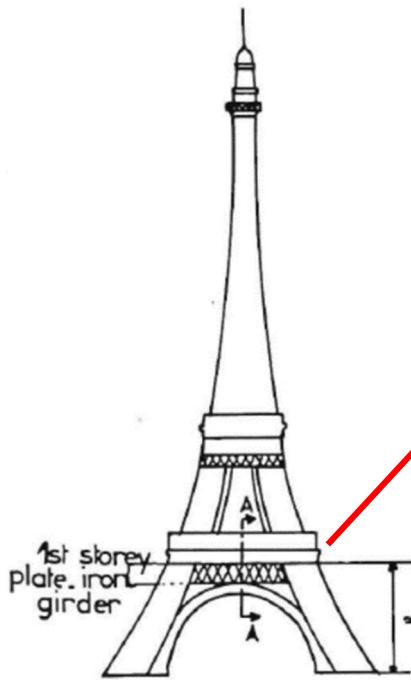


La différence entre déformation macro et DRX peut être attribuée aux phases autres que la cellulose

[Almeras 2017]

# Exemple : Tour Eiffel

Tour Eiffel, Janvier 1981, température 0°C, plate-forme située à 58 m du sol :



**9000 tonnes**



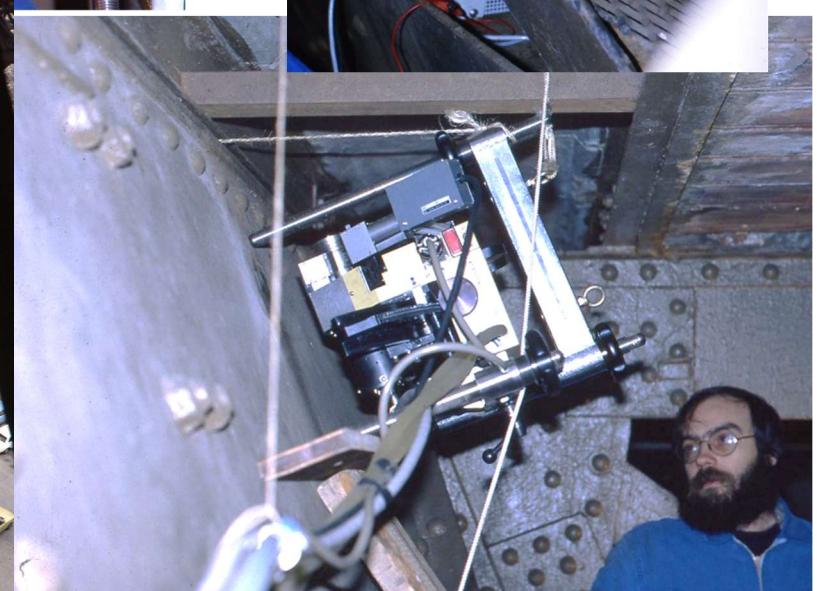
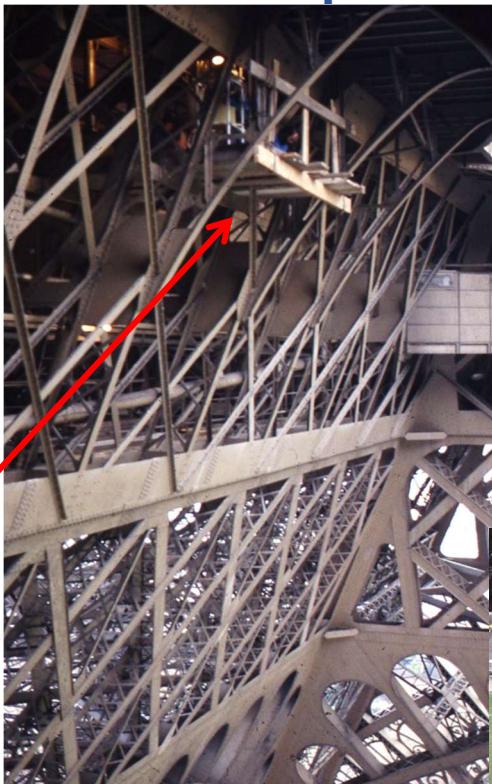
**11000 tonnes**



**10000 tonnes**

[Maeder 1984]

[Photos : G. Maeder]



- Propagation des ultrasons
  - Méthodes magnétiques
  - Photoélasticimétrie
  - Spectroscopie Raman
  - Courants de Foucault
  - Spectroscopie Mössbauer
  - Spectroscopie Brillouin
  - Piezospectroscopie / fluorescence optique
- 
- Thermographie infrarouge ?
  - Annihilation de positrons ?
  - Microscopie micro-onde à balayage ?

# Méthodes de corrélation physique

La plupart de ces méthodes reposent sur une réponse au 2<sup>ème</sup> ordre du matériau à un signal qui lui est envoyé :

$$m(\sigma) = m_0 + \alpha \cdot \sigma + \beta \cdot \text{autres}$$

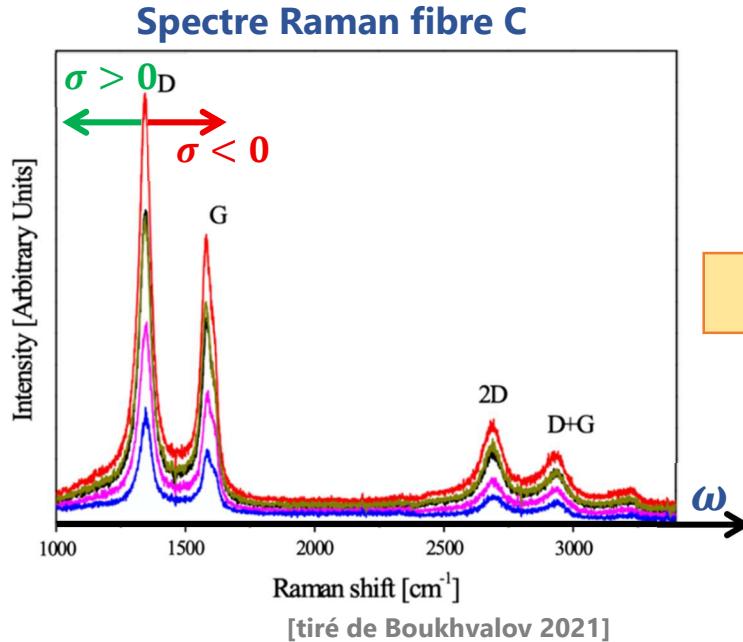
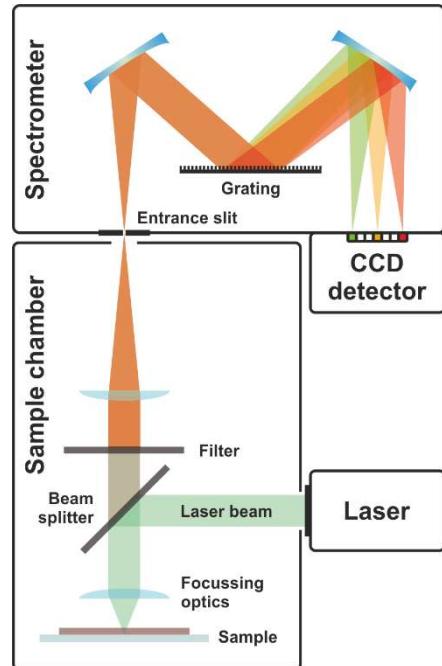
$m_0$  peut être une raie spectrale, une résonance, une conductivité...

« autres » peut être une composition chimique, la température, la texture cristalline, la taille des grains, l'écrouissage...

Exemples de difficultés rencontrées sur certaines méthodes :

- La relation n'est pas toujours linéaire
- Les effets autres peuvent être aussi (voire plus) importants que ceux des contraintes
- Les coefficients  $\alpha$  ne sont pas toujours bien connus
- Les théories physiques ne sont pas toujours bien assises
- Les composantes de contrainte ne sont pas toujours bien identifiées (composante ? invariant ?)

# Spectroscopie Raman



Modes de vibration  
des molécules ou des  
mailles (phonons)

[Toommm, Wikipedia, <https://w.wiki/FqYB>]

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 = k \sigma$$

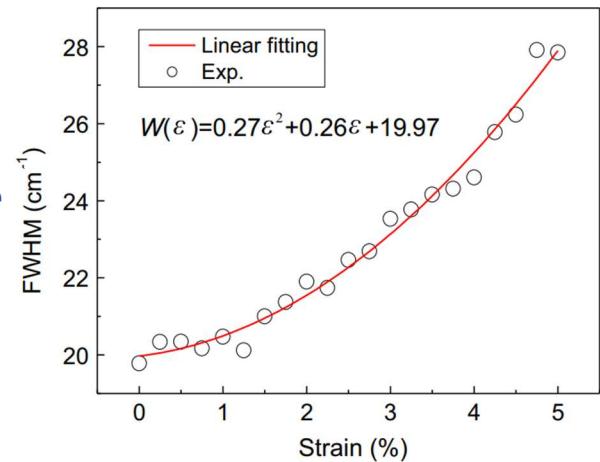
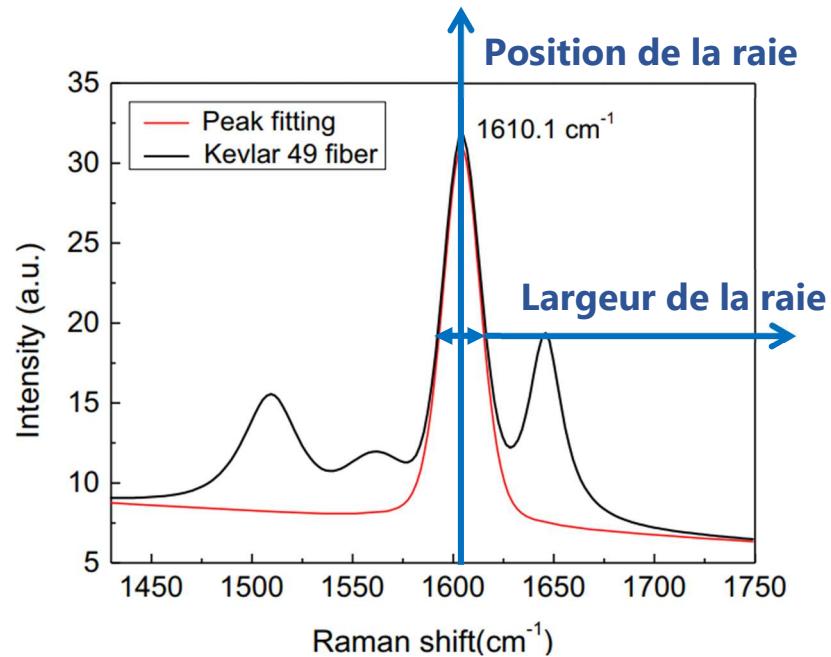
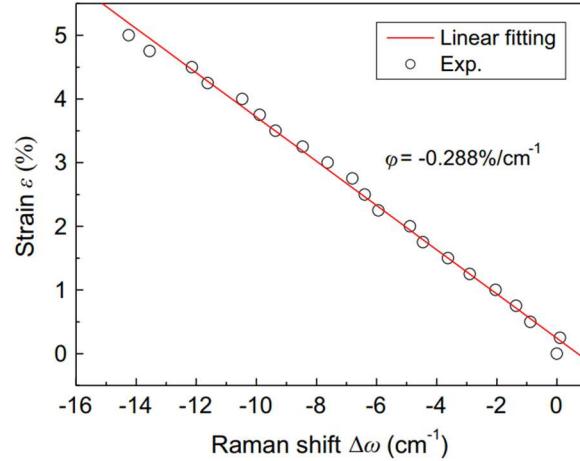
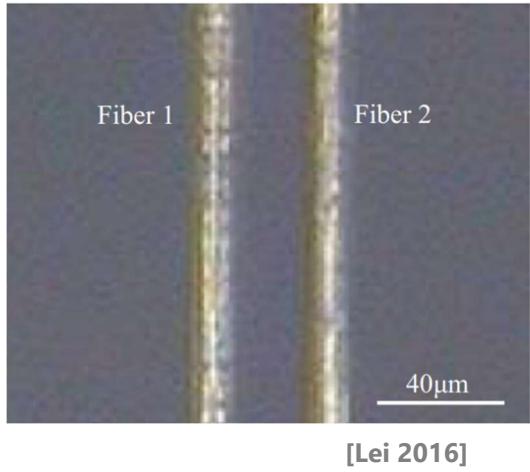
Ex. Silicium  $k \approx 2.5 \text{ cm}^{-1}/\text{GPa}$ , Graphène  $k \approx 10 \text{ cm}^{-1}/\text{GPa}$

Quelle composante ? Un faisceau polarisé peut permettre de distinguer certaines composantes.

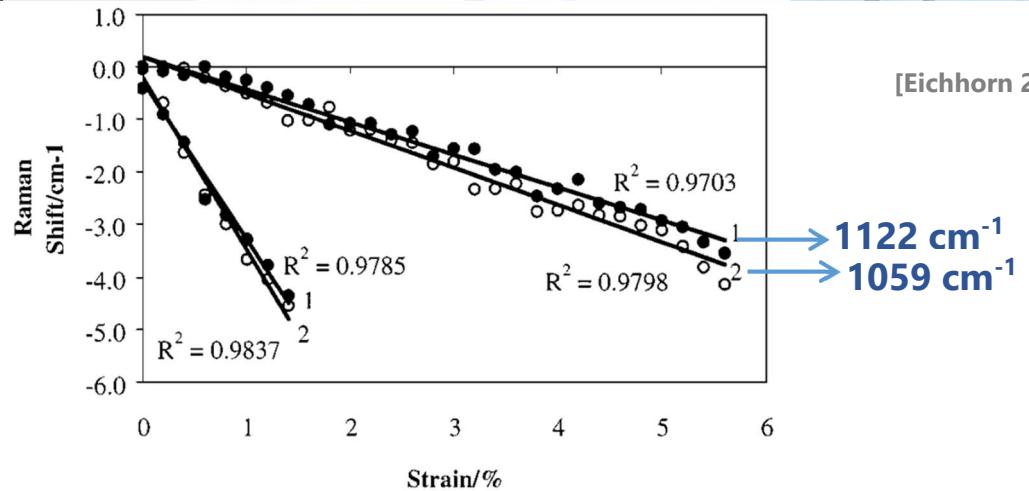
Attention à la température  $\approx 0.02 - 0.05 \text{ cm}^{-1}/^\circ\text{C}$ . Excellente résolution spatiale

# Spectroscopie Raman

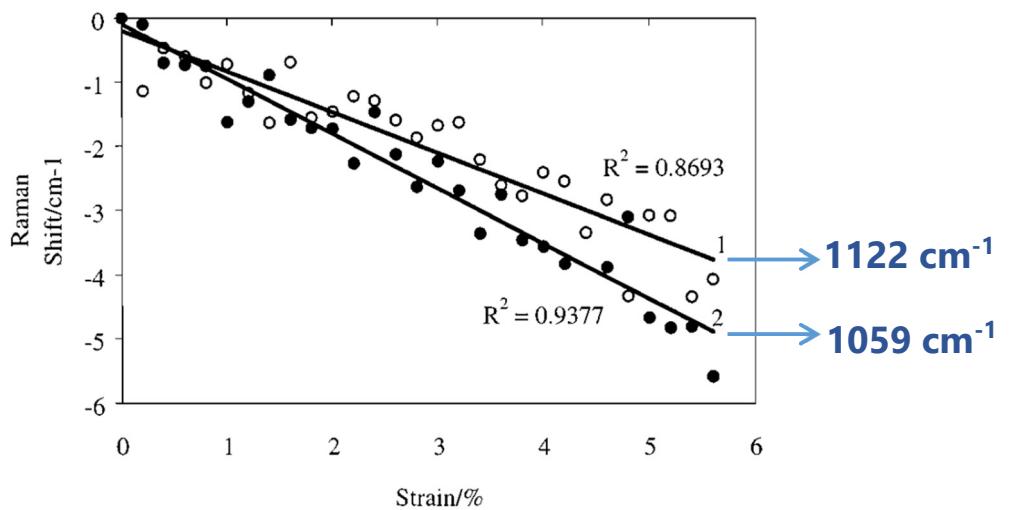
Exemple : fibres de Kevlar 49



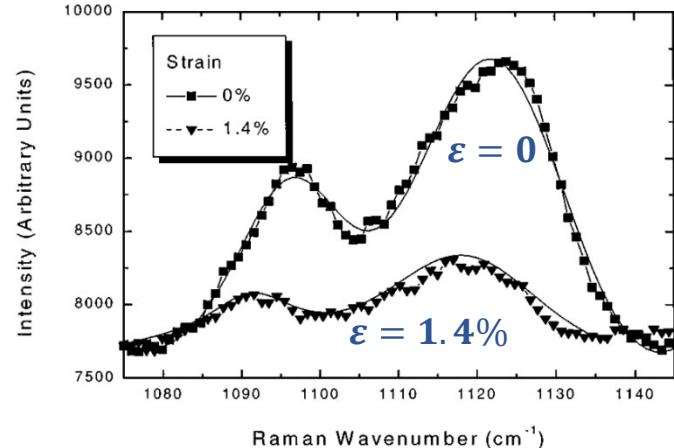
# Spectroscopie Raman



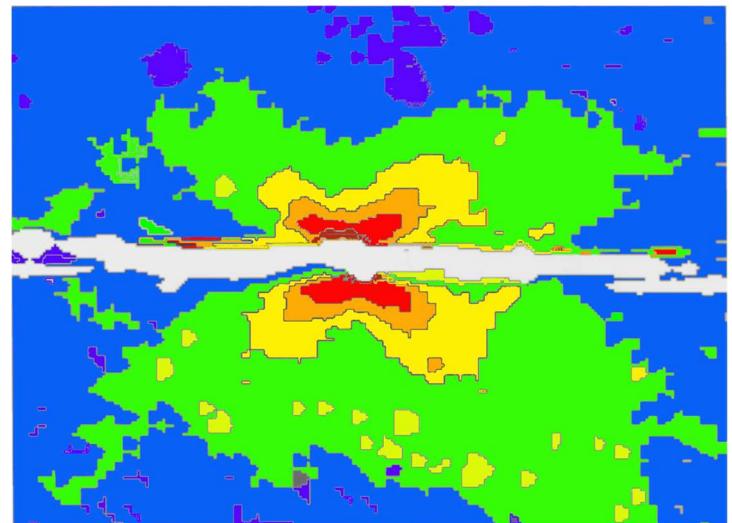
**Etalonnage sur 2 fibres de lin et 2 raies**



**Etalonnage sur 1 fibre de chanvre et 2 raies**



**Raies « ring » et mode extension de la liaison C-O de la cellulose**



**Carto Raman autour d'un défaut (en blanc)  
dans une fibre de lin**

# Conclusions

Les contraintes résiduelles :

- Sont présentes dans la quasi-totalité des solides (industriels ou naturels)
- Proviennent de l'élaboration/traitement du matériau et de la structure
- Constituent la réaction aux incompatibilités des déformations inélastiques
- Provoquent des déformations ou du flambage
- Provoquent des ruptures par fatigue, des fissurations
- Peuvent être calculées par des modélisations, généralement multiphysiques
- Peuvent être mesurées par diffraction, par méthodes mécaniques ou par corrélation avec des propriétés physiques

Pour les problèmes de fatigue/fissuration :

- Les CR de compression sont généralement favorables
- Il existe des procédés permettant d'introduire de la compression : grenailage, galetage, expansion à froid, choc laser, etc.

Rq : on n'a pas parlé des CR et des fibres de Bragg (FBG)

# Bibliographie

[Alméras 2017] T. Alméras, A. Gronvold, A. van der Lee, B. Clair, C. Montero, Contribution of cellulose to the moisture-dependent elastic behaviour of wood, Composites Science and Technology 138 (2017) 151-160, <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2016.11.025>

[Almeras 2019] T. Alméras, A. Petrova, L. Kozlova, J. Gril, T. Gorshkova, Evidence and quantitative evaluation of tensile maturation strain in flax phloem through longitudinal splitting, Botany 00: 1–11 (0000) dx.doi.org/10.1139/cjb-2019-0021

[Almeras 2020] T. Alméras, B. Clair, D. Jullien, M. Fournier, J. Gril, Les contraintes résiduelles dans le matériaux du vivant : exemple des tiges végétales, Aussois, 2020.

[Bai 2025] H. Bai, Z. Wang, Y. Zhao, L. An, Asymmetry tension/compression relaxation of residual stress contributes to delay transverse failure in vitrimer composites, Composites Part B 307 (2025) 112874, <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2025.112874>

[Boukhvalov 2021] D. W. Boukhvalov, I. S. Zhidkov, A. Kiryakov, J. L. Menéndez, L. Fernández García, A. I. Kukharenko, S. O. Cholakh, A. F. Zatsepin, E. Z. Kurmaev. Unveiling the Atomic and Electronic Structure of Stacked-Cup Carbon Nanofibers, Nanoscale Res Lett (2021) 16:153, <https://doi.org/10.1186/s11671-021-03595-y>

[Brinksmeier 1982] E. Brinksmeier, J. T. Cammett, W. Konig, P. Leskovar, J. Peters, H. K. Tonshoff, Residual Stresses - Measurement and Causes in Machining Processes, Annals of the CIRP Vol.31/2/1982, 491-510

[Brunet 2022] J. Brunet, B. Pierrat, J. Adrien, E. Maire, B. A. Lane, N. Curt, A. Bravin, N. Laroche, P. Badel, In situ visualization of aortic dissection propagation in notched rabbit aorta using synchrotron X-ray tomography, Acta Biomaterialia 155 (2023) 449–460, <https://doi.org/10.1016/j.actbio.2022.10.060>

[Cassens 2004] D.L Cassens, J.R. Serrano, Growth Stress in Hardwood Timber, Proceedings of the 14th Central Hardwood Forest Conference GTR-NE-316, 2004.

[Eichhorn 2000] S. Eichhorn, M. Hughes, R. Snell, L. Mott, Strain induced shifts in the Raman spectra of natural cellulose fibers, J. of Mat. Science Letters, 19 (2000) 721-723

# Bibliographie

- [Hayashi 1991] K. Hayashi, Residual Stress in living materials, Proc. 3rd International Conference on Residual Stresses, 1991
- [Holzapfel 2007] G. A. Holzapfel, T. C. Gasser, Computational stress-deformation analysis of arterial walls including high-pressure response, International Journal of Cardiology 116 (2007) 78–85, doi:10.1016/j.ijcard.2006.03.033
- [Jacquot 1997] T. Jacquot, Caractérisation de l'endommagement des aciers pour emballage par diffraction des rayons X, Thèse de doctorat, Université de Nantes, 1997
- [Legrand 2015] V. Legrand, L. TranVan, F. Jacquemin, P. Casari, Moisture-uptake induced internal stresses in balsa core sandwich composite plate: Modeling and experimental, Composite Structures 119 (2015) 355–364, <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.09.012>
- [Lei 2016] Z. Lei, Y. Wang, F. Qin, W. Qiu, R. Bai, X. Chen, Multi-fiber strains measured by micro-Raman spectroscopy: Principles and experiments, Optics and Lasers in Engineering 77 (2016) 8–17, <http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2015.07.005>
- [MacKenzie 2020] S. MacKenzie, Quenching Aluminum for Residual Stress and Distortion Control, HTM J. Heat Treatm. Mat. 75 (2020) 1, 23-34, DOI:10.3139/105.110401
- [Maeder 1984] G. Maeder, J.L. Lebrun, Stress measurements on the Eiffel Tower, Bulletin Technique du Bureau Veritas, juillet 1984, 220-224
- [Merkani 2022] M.S. Merkani, Gh. Faraji, Gh., Thermo-Mechanical Analysis of Wire Drawing of Copper with PCD die: FEM Study, Journal of Advanced Materials and Processing, 10, 3 (2022) 45-58. Doi: 20.1001.1.2322388.2022.10.3.5.2
- [Mesnier 2011] N. Mesnier, Biomécanique de la croissance de la plaque d'athérosclérose : contribution à l'étude des contraintes résiduelles, Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2011.
- [Nishida 2023] M. Nishida, S. Harjo, T. Kawasaki, T. Yamashita, W. Gong, Neutron Stress Measurement of W/Ti Composite in Cryogenic Temperatures Using Time of Flight Method, Quantum Beam Sci. 2023, 7, 8. <https://doi.org/10.3390/qubs7010008>
- [Okuyama 1991] T. Okuyama, H. Yamamoto, Residual Stresses in Living Tree, Proc. 3rd International Conference on Residual Stresses, 1991
- [Olson 2015] M.D. Olson, A.T. DeWald, M.B. Prime, M.R. Hill, 2015, Estimation of Uncertainty for Contour Method Residual Stress Measurements, Experimental Mechanics, 55(3), 577-585 DOI: 10.1007/s11340-014-9971-2

# Bibliographie

[Pagliaro 2009] P. Pagliaro, M.B. Prime, B. Clausen, M.L. Lovato, B. Zuccarello, Known residual stress specimens using opposed indentation, *J. Eng. Mat. Technol.*, 131, 031002 (2009)

[Sabaté 2007] N. Sabate, D. Vogel, J. Keller, A. Gollhardt, J. Marcos, I. Gràcia, C. Cané, B. Michel, FIB-based technique for stress characterization on thin films for reliability purposes, *Microelectronic Engineering* 84 (2007) 1783–1787, doi:10.1016/j.mee.2007.01.272

[Schajer 2013] Practical Residual Stress Measurement Methods, John Wiley and Sons, 2013

[Sicot 2004] O. Sicot, X.L. Gong, A. Cherouat, J. Lu, Influence of experimental parameters on determination of residual stress using the incremental hole-drilling method, *Composites Science and Technology* 64 (2004) 171–180, doi:10.1016/S0266-3538(03)00278-1

[Song 2011] X. Song, K.B. Yeap, J. Zhu, J. Belnoue, M. Sebastiani, E. Bemporad, K.Y. Zeng, A. M. Korsunsky, *Procedia Engineering* 10 (2011) 2190–2195, doi:10.1016/j.proeng.2011.04.362

[Treml 2016] A.E. Treml, R.F. Gouvéa, R.C.M. Sales, M.V. Donadon, M.Y. Shiino, J.D. Bressan, Anti-symmetrical curved composite laminate subject to delamination induced by thermal cycling, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 00 (2016) 1–14, doi: 10.1111/ffe.12565

[Vinod 2023] A. Vinod, M.R. Sanjay, Suchart Siengchin, Recently explored natural cellulosic plant fibers 2018–2022: A potential raw material resource for lightweight composites, *Industrial Crops & Products* 192 (2023) 116099, <https://doi.org/10.1016/j.indcrop.2022.116099>

[Wu 2020] Q. Wu, N.P. Xue, Y.D. Zhang, H.J. Gao, J. Wu, A prediction model of the extrusion deformation with residual stress on 6063 aluminum alloy aeronautical plate considering different extrusion parameters *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* (2020) 107:1671–1681, <https://doi.org/10.1007/s00170-020-05102-6>

[Yu 2015] X. Yu, Z. Jiang, J. Zhao, D. Wei, C. Zhou, Q. Huang, Microstructure and microtexture evolutions of deformed oxide layers on a hot-rolled microalloyed steel, *Corrosion Science* 90 (2015) 140–152